

4. ÜBUNGSBLATT: AUSGEWÄHLTE KAPITEL DER DISKRETEN OPTIMIERUNG

1. RESTE AUS DEM SKRIPT

Beweise Lemma 4.1 und Lemma 4.2 aus dem Skript.

Hinweis zu Lemma 4.1: Überlege Dir auch, wie die Einträge von T^{-1} aussehen müssen.

2. BEISPIELE FÜR GITTER

Zeige das folgende Mengen Gitter sind:

- für $n \geq 3$ die Menge $D_n = \{x \in \mathbb{Z}^n : \sum_{i=1}^n x_i \text{ ist gerade}\}$
- für gerades $n \geq 4$ die Menge $D_n^+ = D_n \cup (\frac{1}{2}\mathbf{1} + D_n)$
- wenn wir \mathbb{R}^n mit der Ebene $H = \{x : \sum_{i=1}^n x_i = 0\}$ identifizieren, ist $\mathbb{Z}^{n+1} \cap H$ ein Gitter.

Zeichne A_2 . Warum ist D_n^+ kein Gitter für ungerades n ?

3. KUGELPACKUNGEN

Im Skript ist der Begriff Packungsradius definiert. Wir definieren die Packungsdichte eines Gitters $\Lambda \subset \mathbb{R}^d$ über

$$\frac{(\rho\Lambda)^d \cdot \text{vol}(B_d)}{\det \Lambda}.$$

Finde gute Gitterpackungen in Dimension 2,3 und 4. Hier sind keine Beweise notwendig.