HINWEISE ZUM 2. ÜBUNGSBLATT: AUSGEWÄHLTE KAPITEL DER DISKRETEN OPTIMIERUNG

1. Reste aus der Vorlesung

Für die Aussage 2 reicht wirklich der Hinweis.

Für die Aussage 3 betrachten wir die Zerlegung $\overline{z} - z = \sum_{g \in G} \lambda_i g_i$. Hierbei dürfen wir *nicht* die Vektoren mit $w^\top g_i < 0$ vernachlässigen, da z nicht optimal für das LP ist. Wenn ein $\lambda_i \geq 1$ ist und für dieses g_i aber $w^\top g > 0$ gilt, dann haben wir einen Verbesserungsvektor gefunden. Ansonsten betrachten wir

$$z^* = \overline{z} - \sum_{i=1}^{t} \lfloor \lambda_i \rfloor g_i = z + \sum_{i=1}^{t} \{\lambda_i\} g_i.$$

Dieses z^* ist dann wieder eine Optimallösung von IP mit dem geforderten Abstand von z.

2. Hadamard-Ungleichung

Sei Q eine Orthogonalmatrix, R eine obere Dreiecksmatrix und $A = QR$. Dann gilt $A_{\cdot,i} = QR_{\cdot,i}$ und somit

$$|\det A| = |\det QR| = |\det R| \leq \prod_{i=1}^{d} \|R_{\cdot,i}\|_2 = \prod_{i=1}^{d} \|QR_{\cdot,i}\|_2 = \prod_{i=1}^{d} \|A_{\cdot,i}\|_2$$

Die Matrix $S_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ hat Determinante 2 und erfüllt die Schranke. Damit kann man eine Konstruktion für alle Zweierpotenzen angeben

$$S_{2d} = \begin{pmatrix} S_d & S_d \\ -S_d & S_d \end{pmatrix}.$$

Es wird vermutet, dass die Schranke für alle durch 4 teilbaren Dimensionen angenommen wird. Für andere Werte ist die Lage unübersichtlich (siehe `http://www.indiana.edu/~maxdet`).

3. Würfel und Würfelhyperebenen

Keine speziellen Tricks. Hier nur zwei Literaturhinweise, wo die entsprechenden Tabellen zu finden sind:

- Ziegler, Günter M., *Lectures on* 0/1*-polytopes* S. 1–41 in Gil Kalai (Hrsg.) und Günter M. Ziegler (Hrsg.) *Polytopes—combinatorics and computation*, 2000, DMV Sem. 29
- Zong, Chuanming, *What is known about unit cubes*, Bull. Amer. Math. Soc. 42 (2), 2005, S. 181–211