restart;

Aufgabe 1: Kurvendiskussion

a)

$f := x \rightarrow \frac{x^2 + 5 \cdot x - 12}{2 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 16};$

$$x \rightarrow \frac{x^2 + 5\,x - 12}{2\,x^2 - 12\,x + 16} \tag{1.1.1}$$

$g := x \rightarrow \pi^2 \cdot \left(e^{f(x) \cdot e^{-2}} - 1\right);$

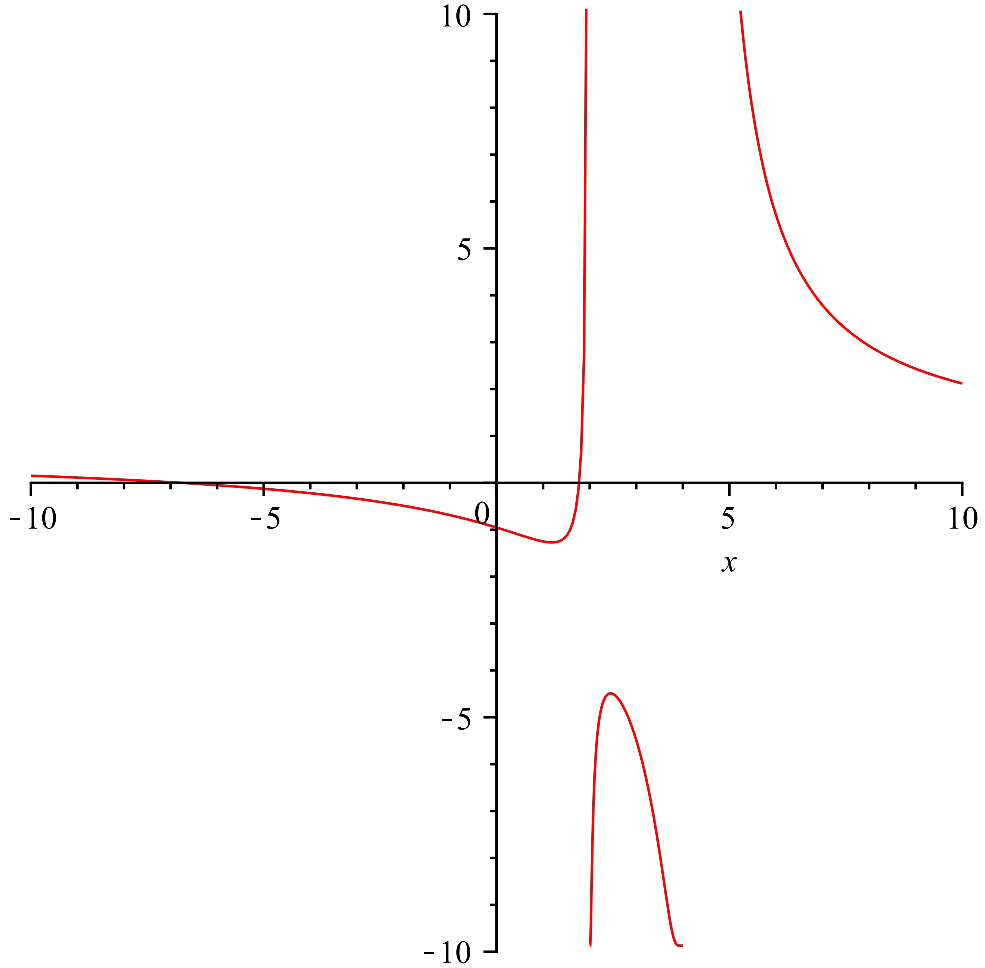
$$x \rightarrow \pi^2 \left(e^{f(x)\,e^{-2}} - 1\right) \tag{1.1.2}$$

evalf$(g(12))$;

$$1.740341217 \tag{1.1.3}$$

b)

plot$(g(x)$, *view* $= [-10..10, -10..10]$, *discont*$)$;



c)

g ist an allen Stellen definiert, an denen auch f definiert ist. Es ist also der Definitionsbereich von f zu bestimmen.

$solve(2 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 16 \neq 0);$

$$\{x \neq 2, x \neq 4\} \qquad \textbf{(1.3.1)}$$

g ist also auf $\mathbb{R} \setminus \{2,4\}$ definiert. (*Anmerkung:* Eigentlich sogar auf $\mathbb{C} \setminus \{2,4\}$.)

d)

$solve(g(x));$

$$-\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{73}, -\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{73} \qquad \textbf{(1.4.1)}$$

e)

$solve(g'(x));$

$$\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3},\ \frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3} \tag{1.5.1}$$

$evalf\left(g''\left(\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3}\right)\right);$

$$-10.43595681 \tag{1.5.2}$$

$\Rightarrow$Maximum bei ($\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3}$, g($\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3}$)).

$evalf\left(g''\left(\frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3}\right)\right);$

$$1.548225758 \tag{1.5.3}$$

$\Rightarrow$Minimum bei ($\frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3}$, g($\frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3}$)).

f)

$solve(g(x));$

$$-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{73},\ -\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{73} \tag{1.6.1}$$

$evalf\left(\left|\int_{-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{73}}^{-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{73}} g(x)\,\mathrm{d}x\right|\right);$

$$4.296154214 \tag{1.6.2}$$

g)

$limit(g(x), x=-\infty);$

$$\pi^2\sqrt{e^{e^{-2}}}-\pi^2 \tag{1.7.1}$$

$limit(g(x), x=2, left);$

$$\infty \tag{1.7.2}$$

$limit(g(x), x=2, right);$

$$-\pi^2 \tag{1.7.3}$$

$limit(g(x), x=4, left);$

$$-\pi^2 \tag{1.7.4}$$

$limit(g(x), x=4, right);$

$$\infty \tag{1.7.5}$$

$limit(g(x), x=\infty);$

$$\pi^2\sqrt{e^{e^{-2}}}-\pi^2 \tag{1.7.6}$$

Aufgabe 2: plot und plot3d

a)

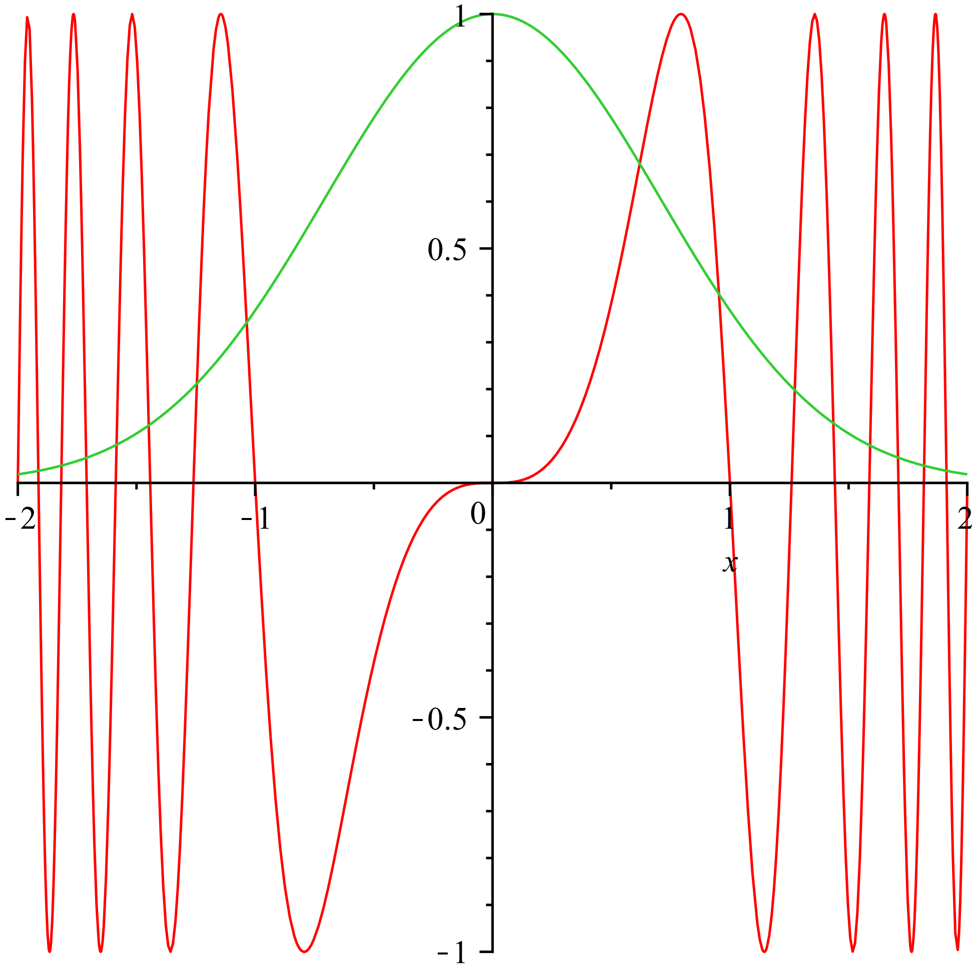
$f := x \rightarrow \sin(\pi \cdot x^3);$

$$x \rightarrow \sin(\pi\, x^3) \quad \textbf{(2.1.1)}$$

$g := x \rightarrow \mathrm{e}^{-x^2};$

$$x \rightarrow \mathrm{e}^{-x^2} \quad \textbf{(2.1.2)}$$

$plot([f(x), g(x)], x = -2..2);$



b)

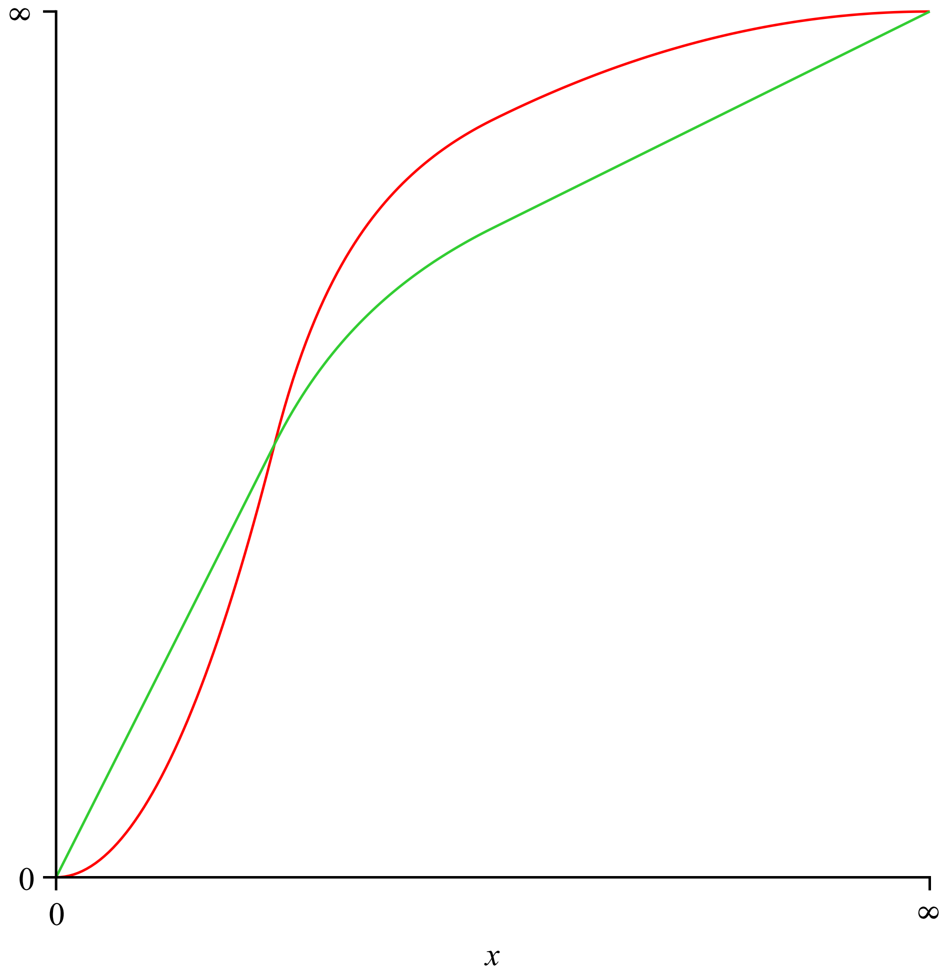
$h := x \rightarrow x^2;$

$$x \rightarrow x^2 \quad \textbf{(2.2.1)}$$

$h'(x);$

$$2\,x \tag{2.2.2}$$

$plot(\,[\,h(x),\,h'(x)\,],\,x=0\,..\,\infty\,);$

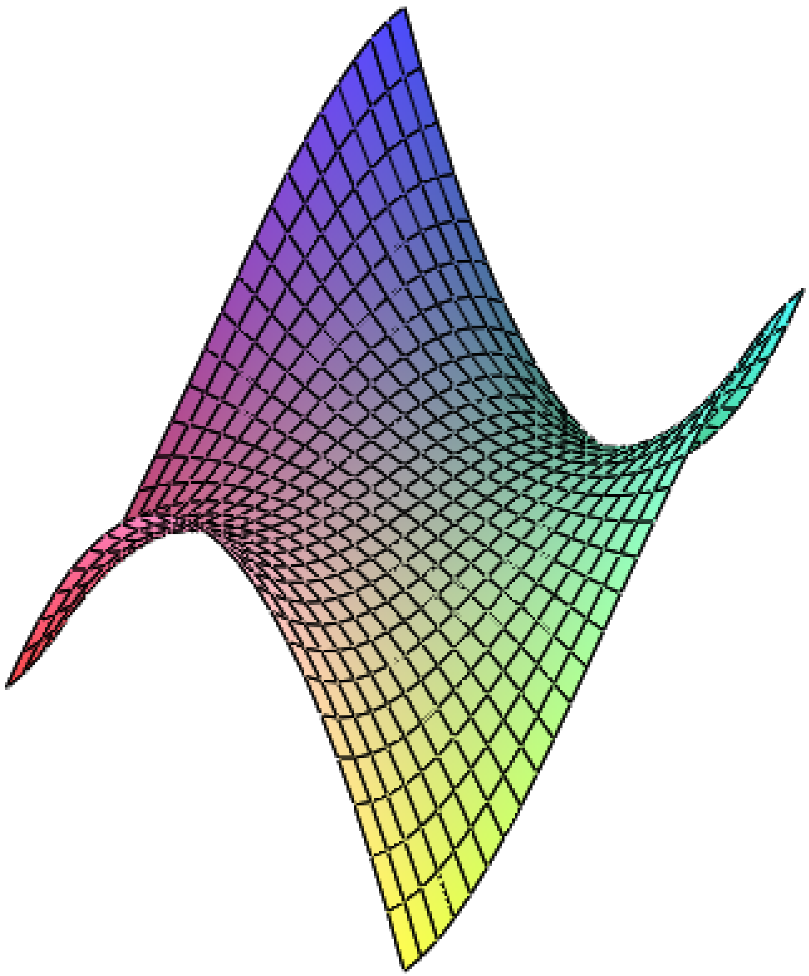


c)

$Affensattel := (x, y) \rightarrow x^3 - 3\cdot x\cdot y^2;$

$$(x, y) \rightarrow x^3 - 3\,x\,y^2 \tag{2.3.1}$$

$plot3d(Affensattel(x, y),\,x=-2\,..2,\,y=-2\,..2\,);$



Aufgabe 3: Lineare Gleichungssysteme

$G1 := 2 \cdot x + 8 \cdot y + 4 \cdot z = 7;$

$$2\,x + 8\,y + 4\,z = 7 \quad (3.1)$$

$G2 := 6 \cdot x + 2 \cdot y + 4 \cdot z = 9;$

$$6\,x + 2\,y + 4\,z = 9 \quad (3.2)$$

$G3 := x + z = 8;$

$$x + z = 8 \quad (3.3)$$

$G4 := 3 \cdot x + 8 \cdot y + 5 \cdot z = 15;$

$$3\,x + 8\,y + 5\,z = 15 \quad (3.4)$$

$G5 := 3 \cdot x + 8 \cdot y + 5 \cdot z = 9;$

$$3\,x + 8\,y + 5\,z = 9 \quad (3.5)$$

$solve(\{G1, G2, G3\});$

$$\left\{x = -\frac{67}{10}, y = -\frac{24}{5}, z = \frac{147}{10}\right\} \quad (3.6)$$

$solve(\{G1, G2\});$

$$\left\{x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\,y,\,y=y,\,z=-\frac{11}{4}\,y+\frac{3}{2}\right\} \quad (3.7)$$

solve({*G1*, *G2*, *G4*, *G3*});

$$\left\{x=-\frac{67}{10},\,y=-\frac{24}{5},\,z=\frac{147}{10}\right\} \quad (3.8)$$

solve({*G1*, *G2*, *G5*, *G3*});
⇒Dieses System hat keine Lösung.

Aufgabe 4: Listen und Mengen in Maple

b)

with(*numtheory*) :
Möglichkeiten zur Lösung des Problems sind z.B.:
divisors(23545800) **intersect** *divisors*(25491186) **intersect** *divisors*(229420674);

$$\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 127, 254, 381, 762, 1143, 2286\} \quad (4.1.1)$$

divisors(23545800) ∩ *divisors*(25491186) ∩ *divisors*(229420674);

$$\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 127, 254, 381, 762, 1143, 2286\} \quad (4.1.2)$$

divisors(*igcd*(23545800, 25491186, 229420674));

$$\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 127, 254, 381, 762, 1143, 2286\} \quad (4.1.3)$$

c)

$$M := \left[solve\left(x^4-4\cdot x^3\cdot\pi+\frac{26}{9}\cdot x^2\cdot\pi^2+\frac{4}{9}\cdot x\cdot\pi^3-\frac{1}{3}\cdot\pi^4\right)\right];$$

$$\left[\pi,\,3\,\pi,\,\frac{1}{3}\,\pi,\,-\frac{1}{3}\,\pi\right] \quad (4.2.1)$$

i)

map(sin, *M*);

$$\left[0,\,0,\,\frac{1}{2}\,\sqrt{3},\,-\frac{1}{2}\,\sqrt{3}\right] \quad (4.2.1.1)$$

ii)

sin~(*M*);

$$\left[0,\,0,\,\frac{1}{2}\,\sqrt{3},\,-\frac{1}{2}\,\sqrt{3}\right] \quad (4.2.2.1)$$

Aufgabe 5: Prozeduren

a)

$maxima := \mathbf{proc}(f)$
$\quad \mathbf{local}\ c, z, el;$
$\quad c := 0;$
$\quad z := [fsolve(f'(x) = 0, x)];$
$\quad \mathbf{for}\ el\ \mathbf{in}\ z\ \mathbf{do}$
$\qquad \mathbf{if}\ f''(el) < 0\ \mathbf{then}\ c := c + 1;$
$\qquad \mathbf{end\ if};$
$\quad \mathbf{end\ do};$
$\quad \mathbf{return}\ c;$
$\mathbf{end\ proc}:$

b)

$f := x \rightarrow -x^2;$

$$x \rightarrow -x^2 \tag{5.2.1}$$

$g := x \rightarrow -x^4;$

$$x \rightarrow -x^4 \tag{5.2.2}$$

$h := x \rightarrow -x^4 - x^3 + 10 \cdot x^2 + 3;$

$$x \rightarrow -x^4 - x^3 + 10\, x^2 + 3 \tag{5.2.3}$$

$i := x \rightarrow \sin(x);$

$$x \rightarrow \sin(x) \tag{5.2.4}$$

$maxima(f);$

$$1 \tag{5.2.5}$$

✓ Ergebnis ist korrekt.
$maxima(g);$

$$0 \tag{5.2.6}$$

Hier greift das hinreichende Kriterium (2. Ableitung) nicht.
$maxima(h);$

$$2 \tag{5.2.7}$$

✓ Ergebnis ist korrekt.
$maxima(i);$

$$1 \tag{5.2.8}$$

Hier gibt es unendlich viele Extrema, allerdings findet fsolve nur eines davon.