

# Einführung in die mathematische Software Übung 2



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

PD Dr. Ulf Lorenz  
Dipl.-Math. Thomas Opfer

Wintersemester 2011/2012  
Woche: 07.11.2011 - 11.11.2011

## Aufgabe 1 Wiederholung: Kurvendiskussion



Seien

$$f(x) = \frac{x^2 + 5 \cdot x - 12}{2 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 16} \quad \text{und} \quad g(x) = \pi^2 \cdot \left( e^{f(x) \cdot e^{-2}} - 1 \right).$$

- Schauen Sie sich noch einmal an, auf welche Art und Weise man in Maple Funktionen korrekt definiert (z.B. in der Lösung zu Aufgabe 6 von Blatt 1). Definieren Sie  $f(x)$  und  $g(x)$ . Achten Sie darauf, dass Sie während der Definition keine Warnung erhalten. Verifizieren Sie, dass gilt  $g(12) \approx 1,74$ .
- Zeichnen Sie  $g(x)$  für  $x \in [-10, 10]$ . Verwenden Sie das selbe Intervall als Wertebereich des Plots. Möglicherweise ist dabei das Thema `plot, options` in der Maple-Hilfe hilfreich. Versuchen Sie außerdem herauszufinden, wie Sie die Darstellung an den Unstetigkeitsstellen verbessern können.
- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $g$ .
- Bestimmen Sie die Nullstellen von  $g$ .
- Bestimmen Sie lokale Minima und Maxima von  $g$ .
- Bestimmen Sie (numerisch) den Flächeninhalt unter dem Graphen von  $g$  zwischen den ersten beiden Nullstellen. (Es sollte mindestens 2 Nullstellen geben.)
- Bestimmen Sie das links- bzw. rechtseitige Grenzwertverhalten von  $g$  an den Unstetigkeitsstellen sowie das Grenzwertverhalten für  $x \rightarrow \infty$  und  $x \rightarrow -\infty$ .

## Aufgabe 2 `plot` und `plot3d`



- Seien

$$f(x) = \sin(\pi \cdot x^3), \quad g(x) = e^{-x^2}.$$

Zeichnen Sie  $f(x)$  und  $g(x)$  für  $x \in [-2, 2]$ . Können Sie beide Funktionen in eine Grafik zeichnen?

- Zeichnen Sie die Funktion  $h(x) = x^2$  und ihre Ableitung von  $x = 0$  bis  $\infty$ . Wundern Sie sich nicht.
- Wie können Sie die Funktion Affensattel( $x, y$ ) =  $x^3 - 3 \cdot x \cdot y^2$ ,  $x \in [-2, 2]$ ,  $y \in [-2, 2]$  zeichnen? Schauen Sie in der Maple-Hilfe nach, um mehr über die Zeichenmöglichkeiten zu erfahren.

**Aufgabe 3 Lineare Gleichungssysteme**

Versuchen Sie, die folgenden linearen Gleichungssysteme zu lösen. Was passiert?

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 8 \cdot y + 4 \cdot z &= 7 \\ 6 \cdot x + 2 \cdot y + 4 \cdot z &= 9 \\ x + z &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 8 \cdot y + 4 \cdot z &= 7 \\ 6 \cdot x + 2 \cdot y + 4 \cdot z &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 8 \cdot y + 4 \cdot z &= 7 \\ 6 \cdot x + 2 \cdot y + 4 \cdot z &= 9 \\ 3 \cdot x + 8 \cdot y + 5 \cdot z &= 15 \\ x + z &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 8 \cdot y + 4 \cdot z &= 7 \\ 6 \cdot x + 2 \cdot y + 4 \cdot z &= 9 \\ 3 \cdot x + 8 \cdot y + 5 \cdot z &= 9 \\ x + z &= 8 \end{aligned}$$

*Hinweis:* Sie benötigen zur Lösung der Aufgabe **keine Matrizen!** Schauen Sie sich einfach den Befehl `solve` näher an.

**Aufgabe 4 Listen und Mengen in Maple**

- Machen Sie sich den Unterschied zwischen Listen und Mengen in Maple klar.
- Finden Sie die gemeinsamen Teiler von 23545800, 25491186 und 229420674. *Hinweis:* Wie kann Ihnen das Paket `numtheory` dabei helfen?
- Lösen Sie zunächst die Gleichung

$$x^4 - 4 \cdot x^3 \cdot \pi + \frac{26}{9} \cdot x^2 \cdot \pi^2 + \frac{4}{9} \cdot x \cdot \pi^3 - \frac{1}{3} \cdot \pi^4 = 0$$

und werten Sie dann die Funktion `sin` an allen Lösungen aus, indem Sie

- `map`,
- den elementweisen Operator `~`

verwenden. *Hinweis:* Denken Sie daran, Listen zu benutzen.

**Aufgabe 5 Prozeduren**

- Übernehmen Sie die Prozedur `maxima` aus der Vorlesung.
- Testen Sie sie an folgenden Beispielen:
  - $f(x) = -x^2$
  - $g(x) = -x^4$
  - $h(x) = -x^4 - x^3 + 10 \cdot x^2 + x + 3$
  - $i(x) = \sin(x)$

Entspricht das Ergebnis Ihren Erwartungen? Können Sie sich ggf. erklären, wieso nicht?



$$\begin{pmatrix} 0 & 0,5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Abbildung 1: Einfache Grafik aus 4 Bildpunkten mit zugehöriger Matrix

### Aufgabe 6 Exkurs: Bildverarbeitung (Teil 1)



In den folgenden Übungen möchten wir Ihnen am Beispiel der Bildverarbeitung zeigen, wie man mit Maple und einigen wenigen Befehlen sehr viel erreichen kann.

**Wichtig:** Zum Lösen dieser Aufgabe benötigen Sie einige Befehle aus dem Paket `ImageTools`. Sie werden feststellen, dass viele der erwähnten Befehle auch in anderen Paketen (z.B. `AudioTools`) vorkommen und dort eine andere Bedeutung haben. Achten Sie also bei einer eventuellen Recherche in der Hilfe darauf, den richtigen Befehl auszuwählen.

*Hinweis:* Sie können sich den aktuellen Stand ihres Bildes jederzeit anzeigen. Dazu sind die Befehle `View`, `Preview` und `Write` hilfreich.

- Öffnen Sie ein neues Dokument im *Document Mode*. Laden Sie das Paket `ImageTools` (Stichwort: `with`).
- Laden Sie von der [Website der Veranstaltung](#) aus dem Übungsbereich die Datei `Image1.jpg` herunter. Merken Sie sich den vollen Pfad der Stelle, an der Sie die Datei speichern (z.B. `/home/pXXX/Image1.jpg` oder `/home/pXXX/Downloads/Image1.jpg`).
- Laden Sie die Grafik mit Hilfe des `Read`-Befehls in eine Variable.  
(*Hinweis für Windows-Benutzer:* Benutzen Sie folgende Notation für Pfade: `c:/Pfad/zur/Datei/Image1.jpg`)
- Wandeln Sie das Bild mit dem `ToGrayscale`-Befehl in ein Graustufenbild um. Sie haben nun ein 2D-Feld mit Fließkommazahlen zwischen 0 und 1. Jedes Element des Feldes repräsentiert einen Bildpunkt. 0 bedeutet schwarz, 1 bedeutet weiß (vgl. Abbildung 1). Wenn Ihr Feld `A` heißt, können sie die einzelnen Bildpunkte mittels `A[Zeile, Spalte]` erreichen, z.B. `A[10, 10]`.
- Schauen Sie sich das Resultat an und speichern Sie die Datei ab. Diese Aufgabe wird nächste Woche fortgesetzt.

Zwei Mathematiker in einer Bar: Einer sagt zum anderen, dass der Durchschnittsbürger nur wenig Ahnung von Mathematik habe. Der zweite ist damit nicht einverstanden und meint, dass doch ein gewisses Grundwissen vorhanden sei.

Als der erste mal kurz austreten muss, ruft der zweite die blonde Kellnerin, und meint, dass er sie in ein paar Minuten, wenn sein Freund zurück ist, etwas fragen wird, und sie möge doch bitte auf diese Frage mit ‚ein Drittel x hoch drei‘ antworten.

Etwas unsicher bejaht die Kellnerin und wiederholt im Weggehen mehrmals: „Ein Drittel x hoch drei...“

Der Freund kommt zurück und der andere meint: „Ich werde Dir mal zeigen, dass die meisten Menschen doch etwas von Mathematik verstehen. Ich frage jetzt die blonde Kellnerin da, was das Integral von x zum Quadrat ist.“ Der zweite lacht bloß und ist einverstanden.

Also wird die Kellnerin gerufen und gefragt, was das Integral von x zum Quadrat sei. Diese antwortet: „Ein Drittel x hoch drei.“

Und im Weggehen dreht sie sich nochmal um und meint: „Plus C.“