Fachbereich Mathematik
Raphael Schulz
Sommersemester 2011

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

10.08.2011

Klausurvorbereitungskurs

Mathematik II für MB

1. Übung: Potenzreihen, Taylor-Reihe, Fourier-Reihe

Termine: Klausurvorbereitungskurs Mathematik II für MB (Klausur: 23.08.2011)

Datum	Uhrzeit	Ort	Thema
10.08.2011	15:00-16:30 Uhr	S311/08	Potenz-, Taylor- und Fourierreihen
11.08.2011	15:00-16:30 Uhr	S311/08	Funktionen und Differentiation im $\mathbb{R}^n$
15.08.2011	15:00-16:30 Uhr	S311/08	Extrema, Kurven und Bogenlänge
16.08.2011	15:00-16:30 Uhr	S311/08	Wegintegral, Potential, Integrale im $\mathbb{R}^n$
18.08.2011	15:00-16:30 Uhr	S311/08	Vektoranalysis, Oberflächenintegrale

Ggf. Themenverschiebungen möglich.

A1 Potenzreihen

Geben Sie für die folgenden Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt x_0 und die Koeffizientenfolge $(a_n)_n$ an. Bestimmen Sie jeweils das Konvergenzgebiet.

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^n,$ (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\ln(n)},$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{ne^n} (x-1)^n,$ (d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n^2 5^n (x-2)^n.$

A2 Taylor-Polynom

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) := \sin^2(x) \cdot e^x.$$

(a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_5 f$ im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ indem Sie die ersten 4 Ableitungen bilden.

(b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_5 f$ im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ indem Sie bekannte Taylorapproximationen von $\sin x$ und e^x verwenden.

A3 Fourier-Reihe

Betrachten Sie die 2π-periodische Funktion g gemäß

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \le x < \frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{für } \frac{\pi}{2} \le x < 2\pi. \end{cases}$$

(a) Skizzieren Sie g und geben Sie die Fourier-Reihe von g an.

(b) Ermitteln Sie durch Betrachtung der Stelle $x = 0$ den Wert der Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$$

A4 Funktionenfolge

Betrachten Sie die Folge $(f_n)_n$ der differenzierbaren Funktionen f_n auf dem Intervall $[0, 2\pi]$ mit

$$f_n(x) := \frac{1}{n} \sin(n \cdot x).$$

(a) Skizzieren Sie einige der ersten Folgenglieder.

(b) Zeigen Sie, dass die Funktionenfolge gleichmäßig gegen die Nullfunktion $f = 0$ konvergiert.

(c) Bestimmen Sie die Folge der Ableitungen $(f_n')_n$ und untersuchen Sie die Folge auf Konvergenz.