

Klausurvorbereitung

Analysis II

2. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Funktionenfolgen und Funktionenreihen
Dipl.-Math. Tristan Alex
Dipl.-Math. Miroslav Vržina

SS 2011
09. August 2011

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Punktweise und gleichmäßige Konvergenz)

Untersuchen Sie die folgenden Funktionenfolgen bzw. -reihen auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz:

$$f_n(x) := \sqrt[n]{n^2 x^3}, \quad x \in [0, 5],$$

$$g_n(x) := \sum_{k=1}^n \frac{kx^2}{k^3 + x^3}, \quad x \in [0, 1],$$

$$h_n(x) := \sin \frac{x}{n}, \quad x \in \mathbb{R},$$

$$k_n(x) := n^2 x(1-x)^n, \quad x \in [0, 1].$$

Aufgabe G2 (Potenzreihen)

Berechne die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen ($x \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{C}$):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (2x)^n,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n^2} z^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} (x-2)^n$$

Für welche Werte sind die Reihen (absolut) konvergent?

Aufgabe G3 (Taylorreihen)

Wir nehmen an, Sie hätten keinen Taschenrechner, wollen aber gerne die Zahl $c = (1.05)^{1.02}$ näherungsweise bestimmen. Sei $f : (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) = x^y$.

(a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von f im Punkt $(1, 1)$.

(b) Benutzen Sie das Taylorpolynom, um eine Näherung der Zahl c zu erhalten.

Aufgabe G4 (Taylorreihe mit Fehlerabschätzung)

Sei $f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = y \cdot \exp x$. Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von f im Punkt $(0, 0)$. Bestimmen Sie dadurch eine Näherung von $c := \frac{1}{2}e^{\frac{1}{3}}$ und geben Sie eine Schätzung für die Genauigkeit von c an.