Fachbereich Mathematik
Prof. N. Scheithauer
Julia Plehnert, Jennifer Prasiswa
04./05.02.2009

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

14. Übung zu Geometrie für Lehramt

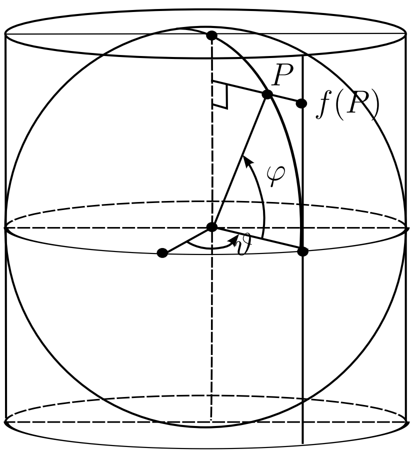
Aufgabe 72 – Selbstüberprüfung:

Lösen Sie schnell ohne in Ihren Unterlagen nachzuschauen folgende Aufgaben:

a) Wie kann man den Mittelpunkt des Umkreises eines ebenen Dreiecks bestimmen?

b) Geben Sie die Kegelschnittgleichung in Polarkoordinaten an.

Aufgabe 73 – Zylinderprojektion:



Sei S eine Sphäre vom Radius r und Z ein Zylinder, dessen Achse ein Durchmesser von S ist. N und S seien die beiden Punkte der Sphäre, die auf der Zylinderachse liegen.

Die Zylinderprojektion $f : S \setminus \{N, S\} \to Z$ bildet einen Punkt $P \in S$ auf den Zylinder ab, indem der Strahl von einem Punkt auf der Zylinderachse durch P, welcher senkrecht zur Zylinderachse verläuft mit Z geschnitten wird.

Zeigen Sie, dass die Zylinderprojektion f flächenerhaltend ist. Das bedeutet, dass für jedes Gebiet G auf S $\text{area}(G) = \text{area}(f(G))$ gilt.

Tipp: Es reicht zu zeigen, dass für ein infinitesimal kleines Rechteck $ABCD$ die obige Gleichung erfüllt ist, da $\text{area}(G)$ als Summe der Flächen solcher Rechtecke berechnet werden kann.

Aufgabe 74 – Duales Dreieck:

Es seien $A = (0, 0, 1)$, $B = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$, $C = (0, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ drei Punkte auf der Einheitssphäre.

a) Bestimmen Sie das zu ΔABC duale Dreieck $\Delta A^*B^*C^*$.

b) Rechnen Sie in diesem konkreten Beispiel nach, dass das duale Dreieck zu $\Delta A^*B^*C^*$ das ursprüngliche Dreieck ΔABC ist.

c) Skizzieren Sie beide Dreiecke auf der Einheitssphäre.

Aufgabe 75 – Kongruenzsätze:

Bestimmen Sie aus den angegebenen Daten eines sphärischen Dreiecks ΔABC die fehlenden drei Daten:

a) $\alpha = 60°$, $\frac{b}{R} = 70°$, $\frac{c}{R} = 80°$.

b) $\frac{a}{R} = 60°$, $\frac{b}{R} = 70°$, $\frac{c}{R} = 80°$.

c) $\alpha = 65°$, $\beta = 75°$, $\frac{c}{R} = 85°$.

d) $\alpha = 65°$, $\beta = 75°$, $\gamma = 85°$.

Hausaufgabe 76 – Gleichseitige Dreiecke (4 Punkte):

Zeigen Sie, dass gleichseitige Dreiecke auf der Sphäre gleiche Winkel besitzen und dass die Seitenwinkel $\frac{a}{R}$ und die Innenwinkel α die Beziehung $\cos\alpha = \frac{\cos\frac{a}{R}}{1+\cos\frac{a}{R}}$ erfüllen. Zeigen Sie, dass $\cos\alpha$ mit zunehmenden $\frac{a}{R}$ streng monoton fällt.

Hausaufgabe 77 – Tetraeder (4 Punkte):

Gegeben sei ein Tetraeder mit einer Kantenlänge von $10\,cm$. Berechnen Sie den Abstand einer Ecke zum räumlichen Mittelpunkt des Tetraeders.