



10. Übung zu Geometrie für Lehramt

Bitte das Buch nicht zum Lösen der heutigen Präsenzaufgaben verwenden, es geht darum sich den Weg zu erarbeiten.

Aufgabe 51 – Brennpaar der Parabel:

Zeigen Sie, dass jede Parabel genau ein Brennpaar (F, G) hat und $\kappa(F, G) = 1$ gilt.

Hinweis: Orientieren Sie sich an dem Beweis über das Brennpaar der Ellipse.

Aufgabe 52 – Winkelhalbierung an Ellipsen:

Ziel der Aufgabe ist es, den folgenden Satz zu beweisen:

In jedem Ellipsenpunkt P wird der Winkel $\angle(F_1PF_2)$ von der Ellipsennormalen ν_P halbiert.

- Fertigen Sie eine Skizze an.
- Konstruieren Sie auf der Verlängerung der Strecke F_1P einen Punkt F'_2 , so dass $|F_1F'_2| = 2a$ gilt.
- Zeigen Sie, dass $\Delta(F_2, P, F'_2)$ gleichschenkelig ist.
- Zeigen Sie, dass die Winkelhalbierende des Dreiecks $\Delta(F_2, P, F'_2)$ im Punkt P Tangente an die Ellipse ist.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass es einen weiteren Schnittpunkt Q mit der Ellipse gibt.

- Schlussfolgern Sie, dass die Normale ν_P den Winkel $\angle(F_1PF_2)$ halbiert.

Aufgabe 53 – Brennpunkte der Hyperbel:

- Zeigen Sie, dass für die beiden Brennpunkte F_1 und F_2 ($F_{1/2} = \pm\sqrt{a^2 + b^2}$) der Hyperbel mit der größeren Achse $2a$ für jeden Punkt P der Hyperbel gilt

$$||PF_1| - |PF_2|| = 2a.$$

- Zeigen Sie auch die Umkehrung: Gegeben seien zwei Punkte F_1 und F_2 der Ebene und eine positive Zahl a . Wir betrachten die Menge

$$\{P \in \mathbb{R}^2: ||PF_1| - |PF_2|| = 2a\}.$$

Beweisen Sie, dass diese Menge die Hyperbel mit Brennpunkte F_1, F_2 und großer Halbachse a beschreibt.

Hausaufgabe 54 – Brennpaare Hyperbel (4 Punkte):

Bestimmen Sie die Brennpaare der Hyperbel.

Hausaufgabe 55 – Winkelhalbierung an der Hyperbel (4 Punkte):

Zeigen Sie, dass in jedem Hyperbelpunkt P der Winkel $\angle(F_1PF_2)$ von der Hyperbeltangente T_P halbiert wird.