Fachbereich Mathematik
Prof. N. Scheithauer
Julia Plehnert, Jennifer Prasiswa
03./04.12.2008

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

8. Übung zu Geometrie für Lehramt

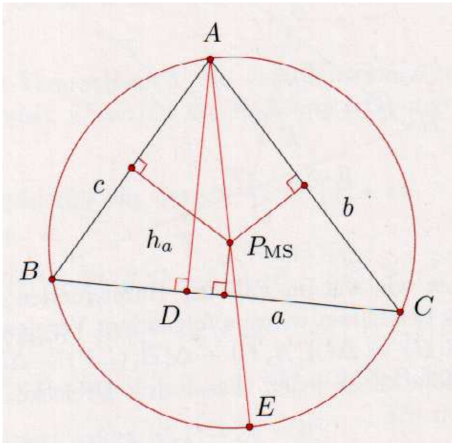
Bitte das Buch nicht zum Lösen der heutigen Präsenzaufgaben verwenden, es geht darum sich den Weg zu erarbeiten.

Aufgabe 40 – Radius des Umkreises:

a) Zeigen Sie, dass die Dreiecke $\Delta(A, B, D)$ und $\Delta(A, C, E)$ ähnlich sind.

b) Zeigen Sie mit Hilfe von a), dass für den Radius R des Umkreises des Dreiecks $\Delta(A, B, C)$ folgende Gleichung gilt

$$R = \frac{abc}{4\mathrm{vol}(\Delta)}.$$



Aufgabe 41 – Tangentenviereck:

a) Beweisen Sie mit Hilfe des Tangentensatzes, dass in jedem Tangentenviereck die Summe der Längen gegenüberliegenden Seiten gleich ist.

b) Zeigen Sie, dass jedes konvexe Viereck, in dem die Summe der Längen gegenüberliegender Seiten gleich ist, ein Tangentenviereck ist.

1. Betrachten Sie zunächst den Fall $|AB| = |BC|$.
   Hinweis: Zeigen Sie, dass die Winkelhalbierenden sich in einem Punkt P schneiden und P der Mittelpunkt des Kreises ist.
2. Beweisen Sie nun den allgemeinen Fall, indem Sie zwei Punkte C' und C'' konstruieren, so dass die Dreiecke $\Delta(C'', D, C)$, $\Delta(C, B, C')$ und $\Delta(C', A, C'')$ gleichschenklig sind.

Aufgabe 42 – Steinersche Gerade:

Sei $\Delta(A, B, C)$ ein Dreieck und P ein Punkt des Umkreises. Sei P_a die Projektion von P auf die Verlängerung der Seite a und P^* der Schnittpunkt der Geraden $G(P, P_a)$ mit dem Umkreis des Dreiecks.

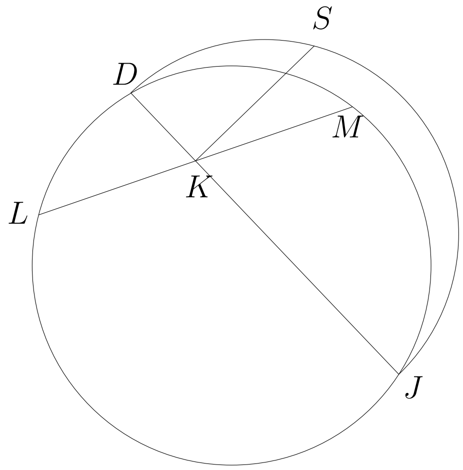
a) Fertigen Sie eine Skizze an.

b) Zeigen Sie, dass die Gerade $G(A, P^*)$ parallel zur Simson'schen Gerade ist; $G(A, P^*)$ heißt *erste Steiner'sche Gerade*.

c) Zeichnen Sie auch die anderen beiden Steiner'schen Geraden in die Skizze ein.

Hausaufgabe 43 – Sehnen (4 Punkte):

Sei LM eine Sehne eines Kreises und K ihr Mittelpunkt. DKJ sei eine weitere Sehne desselben Kreises. Es wird ein Halbkreis über den Durchmesser DJ gezogen. Die Gerade durch K, senkrecht zu DJ schneide den Halbkreis in S. Zeigen Sie, dass $|KS| = |KL|$ gilt.



Hausaufgabe 44 – Mathematik Olympiade (4 Punkte):

Auf einem Halbkreis einer gegebenen Strecke AB seien zwei Punkte C und D gelegen. Ferne sei P ein beliebiger Punkt der Strecke CD und Q seine Projektion auf AB. Beweisen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen stets folgende Gleichung gilt

$$AQ \cdot QB - CP \cdot PD = PQ^2.$$