Fachbereich Mathematik
Prof. N. Scheithauer
Julia Plehnert, Jennifer Prasiswa
26./27.11.2008

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

7. Übung zu Geometrie für Lehramt

Bitte das Buch nicht zum Lösen der heutigen Präsenzaufgaben verwenden, es geht darum sich den Weg zu erarbeiten.

Aufgabe 35 – Kongruenzsätze:

Es gelten die üblichen Bezeichnungen. Konstruieren Sie die Dreiecke, für die folgende Werte gegeben sind

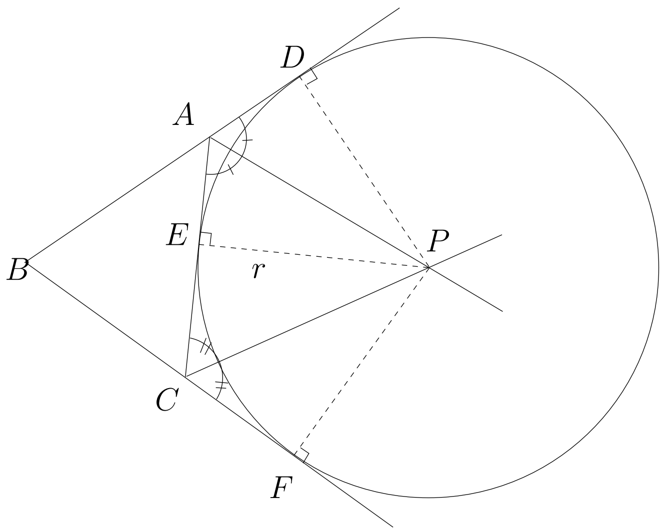
a) $a = 6cm,\ c = 5cm,\ \alpha = 30°$

b) $a = 5cm,\ c = 6cm,\ \alpha = 30°$

Welchen Teil der Kongruenzsätze rechtfertigt ihr Ergebnis aus b)?

Aufgabe 36 – Ankreise:

Die Halbierende eines Innenwinkels und die Halbierenden der beiden ihm nicht anliegenden Außenwinkel des Dreiecks Δ schneiden sich in einem Punkt. Dieser Punkt ist der Mittelpunkt eines *Ankreises*, der eine Dreiecksseite und die Verlängerung des beiden anderen berührt.



Zeigen Sie:

a) dass sich die Geraden wirklich in einem Punkt schneiden,

b) dass für den Radius der Ankreise

$$r_a = \frac{\mathrm{vol}(\Delta)}{p-a},\ r_b = \frac{\mathrm{vol}(\Delta)}{p-b},\ r_c = \frac{\mathrm{vol}(\Delta)}{p-c},$$

gilt (mit $p = 1/2(a+b+c)$ wie zuvor),

c) dass für die Radien des Inkreises r sowie der drei Ankreise r_a, r_b, r_c von Δ

$$r r_a r_b r_c = (\mathrm{vol}(\Delta))^2 \text{ und } \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

gilt.

Tipp: Gehen Sie in a) vor wie beim Beweis zu P_{WH}, überlegen Sie sich bei b) welche Dreiecke gerade Höhe r_b haben um vol(Δ) zu berechnen und verwenden Sie bei c) die Heron'sche Formel.

Aufgabe 37 – Euler'sche Gerade:

Beweisen Sie, dass folgende Aussage stimmt:
Der Höhenschnittpunkt P_H, der Schwerpunkt P_{SH}, sowie der Mittelpunkt des Umkreises P_{MS} eines nichtgleichseitigen Dreiecks liegen auf einer Geraden. Es besteht das Verhältnis

$$|P_H P_{SH}| : |P_{SH} P_{MS}| = 2 : 1.$$

Tipp zur Vorgehensweise:

1. Zeigen Sie, dass die Dreiecke ABP_H und DEP_{MS} ähnlich sind, wobei D und E die Seitenhalbierenden von BC bzw. CA sind.
2. Betrachten Sie den Schnittpunkt von AD und $P_H P_{MS}$.

Hausaufgabe 38 – Gergonnes Punkt (4 Punkte):

Gegeben sei ein Dreieck ABC, weiterhin seien X, Y, Z die Berührungspunkte des Inkreises mit den Seiten BC, CA, AB. Zeigen Sie, dass die Strecken AX, BY und CZ sich in einem Punkt schneiden, diesen nennt man Gergonnes Punkt.

Hausaufgabe 39 – Einbeschriebene Rechtecke (4 Punkte):

Aufgabe aus der Mathematikolympiade für die Klassen 9 und 10:
In ein spitzwinkeliges Dreieck ABC werden Rechtecke $PQRS$ einbeschrieben, so dass P und Q auf der Seite AB liegen, R auf der Seite BC und S auf der Seite AC. Bestimmen Sie die Menge aller Punkte M, die Umkreismittelpunkte eines solchen Rechtecks sind. *Tipp:* Die gesuchte Menge ist eine Strecke, zeichnen Sie sich zuerst ein Dreieck und mehrere einbeschriebene Rechtecke. Welches ist das „flachste“ welches das „höchste“ zulässige Rechteck?