Fachbereich Mathematik
Prof. N. Scheithauer
Julia Plehnert, Jennifer Prasiswa
19./20.11.2008

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

6. Übung zu Geometrie für Lehramt

Aufgabe 30 – Viereck:

a) Zeigen Sie, dass ein Parallelogramm entsteht, wenn man in einem beliebigen Viereck jeweils benachbarte Seitenmitten verbindet.

b) Wie verhält sich der Flächeninhalt des Vierecks zum Flächeninhalt des Parallelogramms?

Aufgabe 31 – Satz von Ceva:

Beweisen Sie die folgende Aussage:
Sei Δ ein Dreieck mit den Ecken A, B, C.

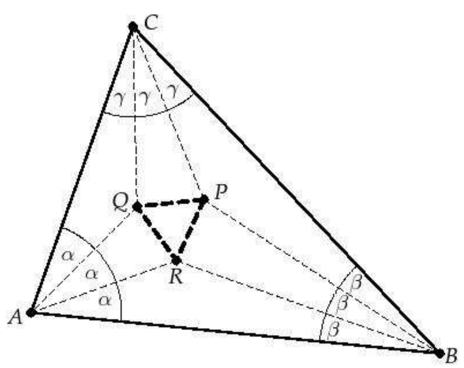
1. Sei P ein Punkt aus dem Inneren oder Äußeren des Dreiecks und mögen die folgenden Geraden sich in drei Punkten D, E, F schneiden,
$$G(A,B) \cap G(C,P) = \{D\}, \quad G(B,C) \cap G(A,P) = \{E\},$$
$$G(A,C) \cap G(B,P) = \{F\}.$$
Dann gilt
$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BE}{EC} \cdot \frac{CF}{FA} = 1.$$
Hinweis: Benutzen Sie den Satz von Menelaos.

2. Umgekehrt seien drei Punkte D, E, F auf $G(A,B)$, $G(B,C)$ und $G(A,C)$ derart gegeben, dass die obige Relation gilt. Dann sind die Ecktransversalen $G(A,E)$, $G(B,F)$ und $G(C,D)$ entweder parallel oder sie schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt P.

Aufgabe 32 – Satz von Morley:

Das Ziel dieser Aufgabe ist es, den nachfolgenden Satz zu beweisen: In einem Dreieck dritteln wir die Innenwinkel und betrachten die drei Schnittpunkte P, Q, R, die aus den je einer Seite des Dreiecks naheliegenden winkeldrittelnden Geraden entstehen. Dann ist $\Delta(P,Q,R)$ ein gleichseitiges Dreieck ist.
Gehen Sie dafür wie folgt vor.

1. Definieren Sie sich anhand der Skizze sieben passende Dreiecke durch ihre Winkel.



2. Skalieren Sie sich die Dreiecke, so dass $\Delta(P, Q, R)$ Seitenlänge 1 hat.
3. Zeigen Sie, dass Sie die Dreiecke zu einem großen Dreieck zusammensetzen kann.
4. Zeigen Sie, dass das entstandene Dreieck kongruent zum Ausgangsdreieck ist.

Hausaufgabe 33 – Schwerpunkt (4 Punkte):

Zieht man durch den Schwerpunkt eines Dreiecks eine Gerade g, so gibt es immer eine Ecke des Dreiecks, deren Abstand von g gleich der Summe der Abstände der anderen Dreiecksecken von g ist.
Der Schwerpunkt eines Dreiecks ist der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden.

Hausaufgabe 34 – Nagelscher Punkt (4 Punkte):

Beweisen Sie unter Verwendung des Satzes von Ceva, dass die Ecktransversalen im Dreieck, die durch die Berührungspunkte der Ankreise mit den Dreiecksseiten gezogen werden, einander in einem Punkt schneiden.