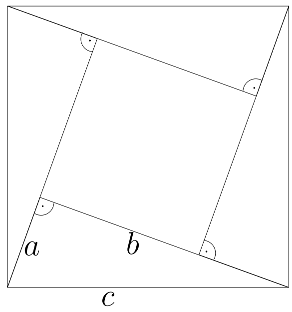
Fachbereich Mathematik
Prof. N. Scheithauer
Julia Plehnert, Jennifer Prasiswa
29/30.10.2008

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

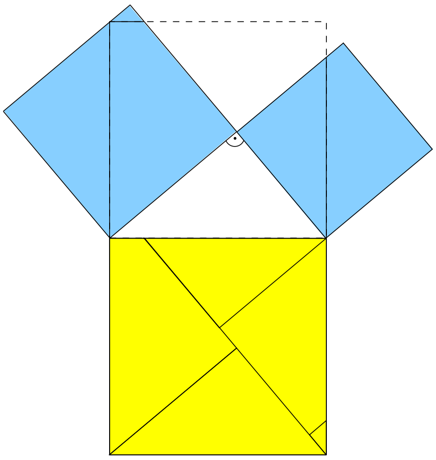
3. Übung zu Geometrie für Lehramt

Aufgabe 12 – Alternative Beweise des Satzes des Pythagoras:

Es gibt eine Fülle an Beweisen für den Satz des Pythagoras, vollziehen Sie die durch die Skizzen gegebenen Beweise nach.



a)
Dem indischer Mathematiker BHASKARA (1114-1191) wird der rechts dargestellete Ansatz zugeschrieben. Schreiben Sie die entsprechende Beweisführung auf.



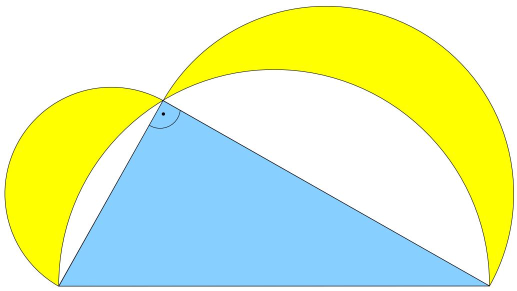
b)
Der Philosoph ARTHUR SCHOPENHAUER (1788-1860), der die Unanschaulichkeit von EUKLIDS Beweis kritisierte, verfasste den Ansatz auf der linken Seite. Identifizieren Sie alle deckungsgleichen Vielecke.

Aufgabe 13 – Wechselwinkelsatz:

Beweisen Sie:
Sind G_1 und G_2 zwei parallele Geraden und ist G eine weitere Gerade, die G_1 und G_2 schneidet, so steht G entweder senkrecht auf den beiden Geraden oder aber die beiden Winkel zwischen G_1 und G bwz. G_2 und G, die echt kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sind, sind gleich.

Aufgabe 14 – Die Möndchen des Hippokrates:

Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks dem der beiden mondförmigen Flächen entspricht.
HIPPOKRATES vom Chios lebte in der zweiten Hälfte des fünften Jahrhunderts v. Chr..



Aufgabe 15 – Additionstheoreme:

Weisen Sie unter Zuhilfenahme der Skizze die Gültigkeit des Additionstheorems

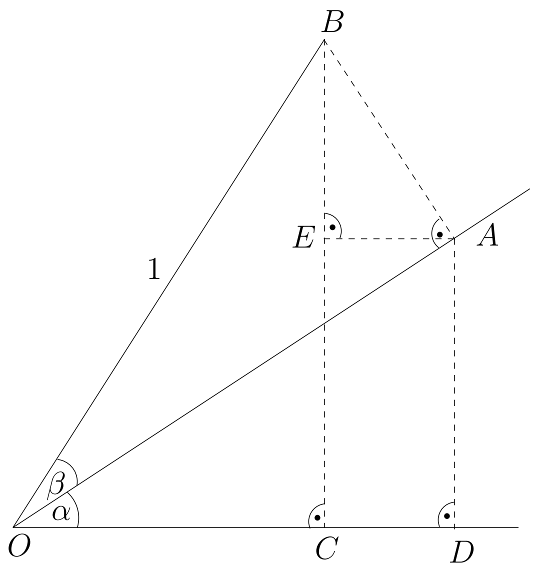
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

für $\alpha < \pi/2$ und $\beta < \pi/2$ nach.

Zur Vorgehensweise:

1. Überlegen Sie sich, wie lang die Strecken $0A$ und AB sind.
2. Identifizieren Sie, welche Strecke die Länge $\sin(\alpha+\beta)$ hat.
3. Zeigen Sie dann, dass $\measuredangle EBA = \alpha$ gilt.
4. Wie lang sind EB und AD?

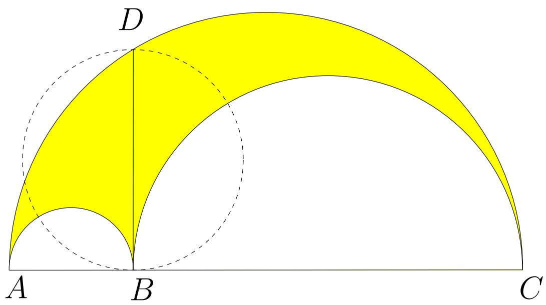
Kennen Sie einen Beweis für das Additionstheorem, in dem die Exponentialfunktion verwendet wird? Schreiben Sie ihn auf.



Hausaufgabe

Hausaufgabe 16 – Schustermesser (4 Punkte):

Die Skizze zeigt eine Konstruktion nach ARCHIMEDES von Syrakus aus dem 3. Jahrhundert v. Chr..
Zeigen Sie, dass die schraffierte Fläche des Schustermessers gleich der Fläche des Kreises mit dem Durchmesser BD ist.



Hausaufgabe 17 – Höhensatz für Dreiecke (4 Punkte):

Sei ABC ein Dreieck mit rechtem Winkel γ. Vom Eckpunkt C fällen wir das Lot auf die gegenüberliegende Seite c. Den Schnittpunkt bezeichnen wir als D, das Lot und seine Länge mit h. Es gilt

$$h^2 = |AD||DB|.$$

Entnehmen Sie der Skizze einen Beweis des Höhensatzes und schreiben Sie diesen auf.