Lineare Algebra 1
5. Tutoriumsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Kollross
Dipl.-Math. Schwieger, Dipl.-Math. Schröder

WS 2011/2012
23.12.2011

Aufgabe T1 (Weihnachtsbäckerei)
Eine Bäckerei will vier verschiedene Arten Plätzchen backen: Vanillekipferl, Schwarz-Weiß Gebäck, Weihnachtsplätzchen und Spritzgebäck. Für die jeweiligen Grundteige stehen folgende Rezepte zur Verfügung:

Vanillekipferl	560g Mehl, 400g Butter und 260g Zucker
Schwarz-Weiß Gebäck	120 Zucker, 1 Ei, 250g Mehl und 150g Butter
Weihnachtsplätzchen	500g Mehl, 250g Zucker, 250g Butter und 2 Eier
Spritzgebäck	2 Eier, 400g Mehl, 250g Butter und 200g Zucker

Im Lager der Bäckerei befinden sich zurzeit 31,2 kg Mehl, 15260g Zucker, 18,2 kg Butter und 96 Eier. Wieviele Einheiten der Plätzchen können produziert werden?

Aufgabe T2 (Inverse Matrix und Basistransformation)
Es seien die beiden folgenden Basen des $\mathbb{R}^3$ gegeben:

$$\mathcal{A} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \right) \text{ und } \mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \right).$$

Weiterhin sei $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ eine Matrix bezüglich der Basis $\mathcal{A}$.

(a) Finden Sie Elementarmatrizen $P_1, \ldots, P_n$ so, dass $A^{-1} = P_n \cdot \cdots \cdot P_1 \cdot A$ gilt.

(b) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $[id]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$. Wie sieht die Matrix A bezüglich der Basis $\mathcal{B}$ aus?

Aufgabe T3

(a) Geben Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems über $\mathbb{R}$ an, wobei $t \in \mathbb{R}$ ist:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 7 \\ 4x_1 + 3x_3 + tx_4 &= 9 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 &= -2 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 &= -2 \end{aligned}$$

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems über $\mathbb{R}$ in Abhängigkeit von $r \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} r \cdot x + y + z &= 1 \\ x + r \cdot y + z &= 1 \\ x + y + r \cdot z &= 1 \end{aligned}$$