

Lineare Algebra 1

1. Tutoriumsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Kollross
Dipl.-Math. Schwieger, Dipl.-Math. Schröder

WS 2011/2012
28.10.2011

Aufgabe T1 (Distributivgesetze für Mengen)
Seien A, B, C Mengen.

(a) Zeigen Sie

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad \text{und} \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

(b) Beweisen Sie die Distributivgesetze alternativ mit einer Wahrheitstafel.

Aufgabe T2 (Bijektivität invertierbarer Abbildungen)
Seien A, B, M, N Mengen und $f : M \rightarrow N$, $g : N \rightarrow M$ Abbildungen.

(a) Seien $A, B \subset M$. Zeigen Sie

$$f(A \cup B) = f(A) \cup f(B) \quad \text{und} \quad f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B).$$

Finden Sie ein Beispiel mit $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$.

(b) Es sei $f \circ g = \text{id}_N$ und $g \circ f = \text{id}_M$. Ist f bijektiv?

Aufgabe T3 (Injektivität und Surjektivität)
Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität:

(a) $f_1(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -3x + 5$,

(b) $f_2(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|$,

(c) $f_3(x) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x + 2y, 2x - y)$.

Aufgabe T4 (Gleichmächtigkeit)

Ein Konferenzhotel für Mathematiker hat genau \mathbb{N} Betten. Das Hotel ist bereits voll belegt, aber die Mathematiker lassen sich nach Belieben innerhalb des Hotels umquartieren. Das Hotel soll aus wirtschaftlichen Gründen stets voll belegt sein, und wenn möglich, sollen alle neu ankommenden Gäste untergebracht werden. Was macht man in folgenden Fällen?

(a) Ein weiterer Mathematiker trifft ein.

(b) Die Insassen eines Kleinbusses mit n Plätzen suchen Unterkunft.

(c) Ein Großraumbus mit \mathbb{N} Personen kommt an.

(d) n Großraumbusse treffen ein.

(e) \mathbb{N} Großraumbusse fahren vor.