

Einführung in die Stochastik

9. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
M. Kohler
A. Fromkorth
D. Furer

SS 2011
24.06.2011

Gruppen und Hausübung

Aufgabe 33

(4 Punkte)

Die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 6 \cdot x \cdot (1-x) & 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

sei Dichte einer Zufallsvariablen Y . Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von Y .

Aufgabe 34

(4 Punkte)

Zehn perfekten Schützen stehen zehn unschuldige Enten gegenüber. Jeder Schütze wählt zufällig und unbeeinflusst von den anderen Schützen eine Ente aus, auf die er schießt. Sei X die zufällige Zahl der überlebenden Enten. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von X .

Hinweis: Man kann die Zufallsvariable X schreiben als

$$X = \sum_{i=1}^{10} X_i, \text{ wobei } X_i = \begin{cases} 1 & \text{Ente } i \text{ überlebt,} \\ 0 & \text{Ente } i \text{ nicht überlebt,} \end{cases}$$

Aufgabe 35

(4 Punkte)

Beim Roulettespiel wird zufällig eine der Zahlen $0, 1, 2, \dots, 36$ ausgewählt. Dabei sind die Zahlen zusätzliche mit Farben markiert: Die Null ist grün, die Zahlen

2, 4, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 29, 31, 33, 35

sind schwarz und die restlichen Rot. Als Spieler hat man u.A. die Möglichkeiten: Setzen auf Rot und setzen auf Ungerade. In beiden Fällen erhält man im Erfolgsfall (d.h. eine rote Zahl bzw. eine ungerade Zahl wird ausgewählt) den doppelten Einsatz. Im Falle einer schwarzen Zahl bzw. einer geraden Zahl, die nicht Null ist, verliert man den eingesetzten Betrag. Im Falle der Null existieren verschiedene Spielarten. Wir gehen hier davon aus, dass man die Hälfte des Einsatzes verliert.

- Definieren Sie zur Modellierung dieses Zufallsexperiments einen Wahrscheinlichkeitsraum, so dass $\Omega = \{0, \dots, 36\}$.
- Definieren Sie mit der Grundmenge aus Teil (a) eine Zufallsvariable X , die den Gewinn (bzw. Verlust) für den Einsatz von einer Geldeinheit auf Rot modelliert und eine Zufallsvariable Y , die den Gewinn (bzw. Verlust) für den Einsatz einer Geldeinheit auf Ungerade modelliert.
- Bestimmen Sie die Varianz der beiden folgenden Spielstrategien:
 - Setzen von zwei Geldeinheiten auf Rot.
 - Setzen von einer Geldeinheit auf Rot und einer Geldeinheit auf Ungerade.

Aufgabe 36

(4 Punkte)

Ein Glücksrad bleibt nach dem Drehen rein zufällig auf einem von insgesamt 50 Feldern stehen. Bleibt es auf einem der 10 blau gefärbten Felder stehen, so wird ein Gewinn von 5 Euro ausgezahlt. Bleibt es auf einem der 5 grün gefärbten Felder stehen, so wird ein Gewinn von 10 Euro ausgezahlt. Und bleibt es auf dem *einzig* roten Feld stehen, so wird ein Gewinn von 100 Euro ausgezahlt. Auf den übrigen 34 weiß gefärbten Feldern wird kein Gewinn ausgezahlt.

-
- (a) Wie groß ist der Gewinn “im Mittel”, und wie groß ist die “mittlere quadratische Abweichung” zwischen dem zufälligen Gewinn und dem Gewinn “im Mittel” ?
- (b) Für einmaliges Drehen verlangt der Besitzer des Glücksrads einen Einsatz von 5 Euro. Damit beträgt sein Verdienst bei einmaligen Drehen $Y = 5 - X$, wobei X der ausgezahlte Gewinn ist. Wie groß ist sein Verdienst “im Mittel”, und wie groß ist die “mittlere quadratische Abweichung” zwischen dem zufälligen Verdienst und dem Verdienst “im Mittel”?

Dieses Übungsblatt wird im Rahmen der Übungen am 27. bzw. 28.06.2011 besprochen. Ihre Ausarbeitungen geben Sie am 04. bzw. 05.07.2011 in Ihrer Übungsgruppe ab. Sie erhalten diese am 11. bzw. 12.07.2011 korrigiert zurück.