Formale Grundlagen der Informatik I 5. Übungsblatt

Fachbereich Mathematik **SS 2011**
Prof. Dr. Martin Ziegler **11.05.11**
Alexander Kreuzer
Carsten Rösnick

Minitest Lösung

a) Sei $\mathscr{A}$ ein DFA. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

⊠ Es gibt bis auf Isomorphie genau einen minimalen DFA, der die gleiche Sprache wie $\mathscr{A}$ erkennt. (Bis auf Isomorphie eindeutig bedeutet in diesem Fall, bis auf Umbenennung von Zuständen.)

□ Es gibt im Allgemeinen mehrere nicht isomorphe DFAs, die minimal sind und die gleiche Sprache wie $\mathscr{A}$ erkennen.

Begründung: Es gibt einen eindeutigen Minimalautomaten, siehe Skript 2.4.3.

b) Sei $\mathscr{A}$ jetzt ein NFA. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

□ Es gibt bis auf Isomorphie genau einen minimalen NFA, der die gleiche Sprache wie $\mathscr{A}$ erkennt.

⊠ Es gibt im Allgemeinen mehrere nicht isomorphe NFAs, die minimal sind, und die gleiche Sprache wie $\mathscr{A}$ erkennen.

Begründung: Die folgenden NFAs beschreiben die gleiche Sprache, sind nicht isomorph und haben die minimale Anzahl an Zuständen.

D.h. $\mathscr{B}$ wäre auch ein „Minimalautomat" von $\mathscr{A}$. Da bei NFAs dieser nicht eindeutig bestimmt ist, spricht man bei einen NFA mit der minimalen Anzahl von Zuständen in der Regel nicht von einem Minimalautomaten.

c) Sei $\mathscr{A}$ ein DFA. Es gibt einen Algorithmus, der entscheidet, ob $\mathscr{A}$ minimal ist. ⊠ Richtig □ Falsch.
Begründung: Man wende den Minimierung-Algorithmus auf $\mathscr{A}$ an. Genau dann wenn $\mathscr{A}$ sich nicht ändert ist $\mathscr{A}$ minimal.

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Myhill-Nerode, Pumping Lemma)
Zeigen Sie sowohl via Myhill-Nerode als auch via Pumping Lemma, dass die Sprache $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe G2 (Regularität)
Beweisen Sie, dass folgender Sprachen nicht regulär sind:

(a) $L_1 = \{a^n b^m \in \{a,b\}^* \mid n > m\}$

(b) $L_2 = \{a^p \in \{a\}^* \mid p \text{ prim}\}$

Aufgabe G3
Sei

$$L = \{ss^{-1}t \mid s, t \in \{a,b\}^+\},$$

wobei s^{-1} die Umdrehung von s bezeichnet (wie auf Übungsblatt 3 definiert).

(a) Zeigen Sie, dass L die Aussage im Pumping Lemma erfüllt.

(b) Zeigen Sie, dass L trotzdem nicht regulär ist.
Tipp: Benutzen Sie den Satz von Myhill-Nerode!

Hausübung

Aufgabe H1 (6 Punkte)

(a) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$$L_1 = \{a^n bc^n \in \Sigma^* \mid n \geq 2\}.$$

Zeigen Sie, dass die Sprache L_1 nicht regulär ist.

(b) Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und

$$L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid 2|x|_a = |x|_b\}.$$

Zeigen Sie, dass die Sprache L_2 nicht regulär ist.

Aufgabe H2

(a) Zeigen Sie, dass die Menge der regulären Sprachen unter Homomorphismen abgeschlossen ist. D.h. zeigen Sie, dass für einen beliebigen Homomorphismus $h\colon (\Sigma_1^*, \cdot, \varepsilon) \to (\Sigma_2^*, \cdot, \varepsilon)$ und eine beliebige reguläre Sprache $L \subseteq \Sigma_1^*$ auch die Sprache $h(L) = \{h(w) \in \Sigma_2^* \mid w \in L\}$ regulär ist.
Tipp: Definieren Sie induktiv einen regulären Ausdruck für die Sprache $h(L)$.

(b) Beweisen Sie durch Ausnutzung der Abschlusseigenschaften regulärer Sprachen: Die Sprache

$$L = \{a^n b^l c^n d^m \mid l, m, n \in \mathbb{N}\}$$

ist nicht regulär.