

# Gödels ontologischer Gottesbeweis

Nico Formanek

31. März 2011

Der ontologische Gottesbeweis Gödels ist aus philosophisch wie logischer Sicht interessant. Es wird ein Überblick über verschiedene Arten von Gottesbeweisen gegeben und die Stellung des ontologischen Beweises herausgearbeitet. Für den historisch wichtigen Beweis Anselm von Canterburys und den modernen Gödels wird eine Formalisierung in modaler Logik gegeben. Einwände gegen Gödels Beweis werden besprochen.

## 1 Einleitung

Ziel dieser Arbeit ist es einen – für Philosophen wie Logiker gleichermaßen befriedigenden – Überblick über Gödels ontologischen Gottesbeweis zu geben. Viele Aspekte konnten nur am Rande berührt werden, es wurde sich aber bemüht Auslassungen mit Verweis auf weiterführende Literatur deutlich zu machen.

## 2 Philosophisches

Gottesbeweise finden sich schon in der antiken griechischen Literatur, gelangten aber erst in der Scholastik des Mittelalters zur Blüte. Diese Tradition setzt sich bis in die Neuzeit fort, wobei die metaphysikkritischen Bewegungen<sup>1</sup> zu Beginn des 20. Jahrhunderts ausgenommen sind. Durch die zunehmende Popularität der Modallogik, seit den fünfziger Jahren des letzten Jahrhunderts, erfreuen sich Gottesbeweise in zeitgenössischen (sprach-)analytischen Philosophietraditionen steigender Aufmerksamkeit.

Was einen Beweis ausmacht ist in der Logik klar, in der Philosophie oft umstritten. Dies liegt daran, dass die Philosophie um die Prämissen streitet, selbst wenn der Beweis formal korrekt ist. Man könnte sagen, dass etwas in der Philosophie erst Beweis genannt werden kann, wenn die erforderlichen Prämissen intersubjektiv anerkannt werden. Deswegen nennen einige Autoren<sup>2</sup> Gottesbeweise Argumente für Gott. Wir wollen hier aber die angestammte Terminologie beibehalten.

---

<sup>1</sup>Mit metaphysikkritischen Bewegungen sind vor allem der logische Atomismus Russells und der logische Positivismus des Wiener Kreises gemeint. Vor allem im logischen Positivismus gab es Bestrebungen jegliche metaphysische Aussage für sinnlos zu erklären.

<sup>2</sup>z.B. Oppy in *Ontological Arguments and Belief in God*

Ein häufiger Vorwurf ist die *petitio principii* oder der *Zirkelschluss*, also ein Schluss bei dem die Konklusion in den Prämissen enthalten ist. Unklar ist hierbei aber um was genau es sich dabei handeln soll, denn naiv betrachtet sind alle logischen Schlüsse Zirkelschlüsse. Man behilft sich hierbei mit dem Verweis auf die Relativität der Prämissen. Ein Beweis wird zirkulär für eine Person genannt, falls er auf Prämissen aufbaut, die ebendiese Person ablehnt<sup>3</sup>.

Üblicherweise wird in der philosophischen Literatur zwischen verschiedenen Typen von Gottesbeweisen unterschieden.

- *ontologische Beweise*: Beweise aus erfahrungsunabhängigen Prinzipien.
- *kosmologische Beweise*: Beweise aus Kausalität.
- *teleologische Beweise*: Beweise aus Zwecken bzw. Zielen, die in der Welt gesehen werden.

Diese Liste soll keineswegs eine vollständige Klassifikation aller möglichen Gottesbeweise darstellen, hat aber den Vorteil der Kürze. Nach Wissen des Autors lassen sich zumindest alle Gottesbeweise wenigstens einer der aufgeführten Kategorien zuordnen.

Einen teleologischen Gottesbeweis hat bereits Xenophon (425 v. Chr. - 355 v. Chr.) Sokrates zugeschrieben:

Sokrates: [...] Scheint dir nicht weiter auch das ein Werk der Vorsehung zu sein, daß der Schöpfer die Sehorgane, da sie etwas so Empfindliches sind, mit Augenlidern wie mit einer Tür versehen hat, welche sich öffnen, wenn man die Augen für etwas braucht, welche aber beim Schlafen geschlossen werden? Hat er nicht als Sieb Wimpern geschaffen, damit die Winde nicht schaden und das über den Augen Liegende mit Augenbrauen wie mit einem Gesims versehen, auf daß nicht der Schweiß des Kopfes Schaden verusache? [...] Wenn dies alles mit so weisem Vorbedacht angelegt ist, bist du etwa noch im Zweifel, ob es Werke des Zufalls oder der Überlegung sind?<sup>4</sup>

Die Elemente der zeitgenössischen *intelligent design* Debatte scheinen hier schon angelegt. In eine ähnliche Richtung weist das *anthropische Prinzip*<sup>5</sup>, welches eine für menschliches Leben zweckmäßige Einrichtung des Universums unterstellt.

Bei Aristoteles (384 v. Chr. - 322 v. Chr.) findet sich der wohl bekannteste kosmologische Gottesbeweis. Durch die Rückverfolgung einer Kausalkette versucht er zu zeigen, dass es einen *unbewegten Beweger* gibt.

Also gibt es etwas, das bewegt. Da aber nun dasjenige, was bewegt wird und bewegt, ein Mittleres ist, so muß es auch [1072a 25] etwas geben, das ohne bewegt zu werden selbst bewegt, das ewig und Wesenheit und wirkliche Tätigkeit ist.<sup>6</sup>

<sup>3</sup>vgl. *Gottesbeweise*, Suhrkamp, 2011 S.20-21

<sup>4</sup>Xenophon, *Memorabilia* I 4; zitiert nach *Gottesbeweise* S.645-655

<sup>5</sup>vgl. hierzu das Stichwort *cosmic fine tuning* bei <http://plato.stanford.edu/archives/win2010/entries/teleological-arguments/>

<sup>6</sup>Aristoteles *Metaphysik* XII 7; zitiert nach *Gottesbeweise* S.657

Ontologische Gottesbeweise lassen sich mit etwas gutem Willen auch bei den alten Griechen rekonstruieren, den ersten „echten“ – das heißt allgemein als solchen akzeptierten – ontologischen Beweis hat Anselm von Canterbury (1033 - 1109) geliefert. In seiner Schrift *Proslogion* lassen sich mehrere Versionen feststellen. Hier soll nur der Beweis aus Kapitel II gezeigt werden, da dieser später modallogisch interpretiert wird.

Und zwar glauben wir, daß Du [Gott] etwas bist, über dem nichts Größeres gedacht werden kann.

Gibt es also ein solches Wesen nicht, weil „der Tor in seinem Herzen gesprochen hat: es ist kein Gott“? Aber sicherlich, wenn dieser Tor eben das hört, was ich sage: „etwas , über dem nichts Größeres gedacht werden kann“, versteht er, was er hört; und was er versteht ist in seinem Verstande, auch wenn er nicht einsieht, daß dies existiert.

[...]

Und sicherlich kann „das, über dem Größeres nicht gedacht werden kann“, nicht im Verstande allein sein. Denn wenn es wenigstens im Verstande allein ist, kann gedacht werden, daß es auch hin Wirklichkeit existiere – was größer ist. Wenn also „das, über dem Größeres nicht gedacht werden kann“, im Verstande allein ist, so ist eben „das, über dem Größeres nicht gedacht werden kann“, über dem Größeres gedacht werden kann. Das aber kann gewiß nicht sein. Es existiert also ohne Zweifel „etwas, über dem Größeres nicht gedacht werden kann“, sowohl im Verstande als auch in Wirklichkeit.<sup>7</sup>

Zentral für diesen Beweis ist die *reductio ad absurdum*. Folgt man Oppy (1995) so läßt sich die Struktur des Arguments folgendermaßen ausdrücken<sup>8</sup>:

1. Wenn der Tor den Begriff: „das, über dem Größeres nicht gedacht werden kann“ hört, so versteht er ihn.
2. Wenn der Begriff 'X' von einer Person 'Y' verstanden wird, dann existiert 'X' im Verstand von 'Y'.
3. Deswegen existiert der Begriff „das, über dem Größeres nicht gedacht werden kann“ in dem Verstand des Tors.
4. (Prämisse) Ein Wesen über dem nichts größeres Gedacht werden kann existiert im Verstand.
5. (Annahme für die Reductio) Ein Wesen über dem nichts größeres gedacht werden kann existiert nicht in der Realität.
6. (Prämisse) Falls ein Wesen über dem nichts größeres gedacht werden kann im Verstand, aber nicht in der Realität existiert, so ist ein Wesen über dem nichts größeres gedacht werden kann, welches im Verstand und in der Realität existiert größer.

---

<sup>7</sup> *Proslogion*, Friedrich Frommann Verlag, 1962, S.85-87

<sup>8</sup> vgl. *Ontological Arguments and Belief in God*, Cambridge University Press, 1995, S.9

7. (Konklusion aus 4, 6) Ein Wesen über dem nichts größeres gedacht werden kann und welches im Verstand und in der Realität existiert ist größer als ein Wesen über dem nichts größeres gedacht werden kann.
8. (Prämisse) Kein Wesen ist größer als ein Wesen über dem nichts größeres gedacht werden kann.
9. (Konklusion durch Reductio mit 5, 7 8) Ein Wesen über dem nichts größeres gedacht werden kann existiert in der Realität.

Es gibt verschiedene Einwände die gegen diesen Beweis. Der bekannteste stammt von Hume und wurde später von Kant aufgegriffen, er besagt, dass Existenz kein Prädikat sein kann<sup>9</sup>. Im modernen Diskurs herrscht ein anderer Einwand vor. Der Vorwurf lautet, dass Anselm nicht zwischen Intension und Extension des Gottesbegriffs unterscheidet (Andeutungsweise findet sich dieses Argument schon bei Thomas von Aquin)<sup>10</sup>. Die intensionale Interpretation würde bedeuten, dass Gott im Verstand existiert. In der extensionalen Lesung hat der Begriff *Gott* die Eigenschaft, dass über ihn nichts größeres gedacht werden kann.

Ein ontologischer Gottesbeweis bedient sich nur Begriffen die erfahrungsunabhängig sind<sup>11</sup>. Dadurch gewinnt diese Beweisart eine außergewöhnliche Rolle – sie ist sozusagen die einzige Möglichkeit die Existenz einer metaphysischen Entität durch rein rationale Mittel zu zeigen. Einige Autoren argumentieren sogar, dass der ontologische Beweis für die Philosophie wichtiger als für die Theologie sei, da er die Grenzen des mit rationalen Mitteln erreichbaren Wissens abstecke<sup>12</sup>. Festhalten lässt sich zumindest, dass die gegenwärtige Renaissance des ontologischen Beweises in der Philosophie auf genau diesen Zusammenhang zurückzuführen ist und nicht etwa auf die Frage nach der Existenz Gottes.

### 3 Logisches

Für diesen Teil wird die Logik  $S_5$ <sup>13</sup> vorausgesetzt. Es folgen einige häufig verwendete Axiome und Ableitungsregeln.

$$\Diamond\phi \leftrightarrow \neg\Box\neg\phi \quad (1)$$

$$\Box\phi \rightarrow \phi \quad (2)$$

$$\Box(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\phi \rightarrow \Box\psi) \quad (3)$$

$$\Box\phi \text{ ist wahr, wenn } \phi \text{ beweisbar ist.} \quad (4)$$

$$\Box\phi \rightarrow \Box\Box\phi \quad (5)$$

$$\Box\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi \quad (6)$$

<sup>9</sup>vgl. *Ontological Arguments and Belief in God* S.130ff

<sup>10</sup>vgl. *Gottesbeweise* S.51

<sup>11</sup>Inwiefern dies bei Anselm der Fall ist lässt sich natürlich diskutieren, soll uns hier aber nicht weiter kümmern.

<sup>12</sup>vgl. *Gottesbeweise* S.10

<sup>13</sup>siehe z.B. <http://plato.stanford.edu/entries/logic-modal/>

3 ist der modale Modus Ponens, 4 ist die Nezesitationsregel, 6 das Becker Axiom.

### 3.1 Der modale Anselm

Sozusagen als Fingerübung wird eine modallogische Variante des ontologischen Beweises von Anselm angegeben. Hierbei folgen wir der in Small verwendeten Rekonstruktion Hartshornes. Wichtig ist es zu beachten, dass es sich dabei um eine Rekonstruktion des Arguments handelt, das heißt es gibt verschiedene andere Varianten der Überführung in die modale Logik. Ob der modale Beweis tatsächlich noch dem Beweis Anselms entspricht, müsste eigentlich auch diskutiert werden, da wir aber vor allem an der logischen Struktur des Beweises interessiert sind, soll dies hier nicht geschehen.

Anselms „Existenz im Verstand“ wird als mögliche Existenz interpretiert.  $g$  steht für das Prädikat „Gott existiert“. Die mögliche Existenz Gottes schreiben wir formal als (dies ist ein Axiom!):

$$\diamond g \tag{7}$$

Ein weiteres Axiom ist, dass Gottes nicht „zufällig“ existieren soll. Also, dass aus der Existenz Gottes, seine notwendige Existenz folgt.

$$g \rightarrow \Box g \tag{8}$$

Mit Kontraposition und dem Becker Axiom 6 erhält man:

$$\diamond \neg g \rightarrow \Box \diamond \neg g \tag{9}$$

Das Tertium non Datur führt zu folgendem Zusammenhang:

$$\Box g \vee \neg \Box g \leftrightarrow \Box g \vee \diamond \neg g \tag{10}$$

Mittels 9 und 10 erhält man

$$\neg g \vee \Box \diamond \neg g \tag{11}$$

Die Kontraposition von 8 lautet:

$$\diamond \neg g \rightarrow \neg g \tag{12}$$

Mit der Nezesitationsregel 4 erhält man aus 12

$$\Box[\diamond \neg g \rightarrow \neg g] \tag{13}$$

Der modale Modus Ponens auf 13 angewandt ergibt

$$\Box \diamond \neg g \rightarrow \Box \neg g \tag{14}$$

Mit 11 und 14 gilt folgendes:

$$\Box g \vee \Box \neg g \tag{15}$$

Mit 7 hatten wir die mögliche Existenz Gottes angenommen, dies lässt sich umschreiben zu

$$\neg \Box \neg g \tag{16}$$

Aus 15 und 16 folgt nun

$$\Box g \tag{17}$$

Da der Beweis in  $S_5$  gültig ist, muss ihn jeder der  $S_5$  akzeptiert auch akzeptieren. Angreifbar bleiben aber wie immer die Axiome. Vor allem Axiom 7 – es ist möglich, dass Gott existiert – scheint vor allem für Agnostiker prima facie nicht evident zu sein. Ohne dieses Axiom ist  $\Diamond g \rightarrow \Box g$  das Einzige was sich beweisen lässt.

## 4 Gödels ontologischer Beweis

Zu diesem Abschnitt sind einige Vorbemerkungen nötig. Als Gödel seinen ontologischen Beweis entwickelte, steckte die modale Logik noch in den Kinderschuhen. Eine leistungsfähige Semantik stand erst mit Kripkes Arbeit Ende der 1950er zur Verfügung. Folgt man einer Darstellung des Beweises, welche diese Entwicklung ignoriert (z.B. Small), so muss man nicht viel mehr als Prädikatenlogik zweiter Stufe voraussetzen. Die Einfachheit dieser Darstellungen führt dazu, dass nicht zwischen Intensionen und Extensionen von Begriffen unterschieden wird, auch ist oft unklar in welchem Sinne die Quantoren zu lesen sind. Sauberer ist die rein modallogische Formulierung wie man sie bei Fitting (2002) findet. Fitting entwickelt eine typisierte modale Logik (mit dazugehöriger Semantik), die zwischen intensionalen und extensionalen Begriffen unterscheidet. Beweise werden in einem eigens entwickelten Tableausystem geführt. Dies hat leider zur Folge, dass dreiviertel des Buchs mit der Entwicklung des logischen Apparats beschäftigt sind.

Obwohl dieses System hier nicht genauer erläutert werden kann, folgt diese Arbeit Fitting (2002) im Aufbau des Gödelschen Beweises.

Die Tableaubeweise sind oft länglich und können hier ohne Erläuterung des Systems nicht geführt werden, der geneigte Leser mag diese und sonstige Auslassungen in Fitting (2002) nachschlagen.

### 4.1 Begriffe

Da eine höherstufige Logik nötig ist wird mit Typen gearbeitet. 0 ist ein Typ. Typen haben die Form  $\langle t_1, \dots, t_n \rangle$ , wobei die  $t_1, \dots, t_n$  wiederum Typen sind.

Es gibt intensionale und extensionale Typen. 0 ist ein extensionaler Typ. Wenn  $t_1, \dots, t_n$  intensionale oder extensionale Typen sind, so ist  $\langle t_1, \dots, t_n \rangle$  extensional. Wenn  $t$  extensional ist, dann ist  $\uparrow t$  intensional. Ist  $\tau$  ein Term vom Typ  $\uparrow t$ , dann ist  $\downarrow \tau$  vom Typ  $t$ <sup>14</sup>. Klassen werden im  $\lambda$ -Kalkül angegeben. So ist  $\langle \lambda x_1, \dots, x_n. \phi(x_1, \dots, x_n) \rangle$  die Klasse zur Formel  $\phi$ .

### 4.2 Beweis

Der hier geführte Beweis ist Fitting (2002) entnommen und findet sich dort in vollständigerer Version ab Seite 147.

---

<sup>14</sup>vgl. *Types, Tableaus and Gödel's God* S.86ff

**Definition 1 (positive Eigenschaft).** Eine positive Eigenschaft wird durch ein konstantes Symbol  $\mathcal{P}$  vom Typ  $\uparrow \langle \uparrow \langle 0 \rangle \rangle$  repräsentiert.  $P$  ist positiv falls  $\mathcal{P}(P)$ . ♣

**Definition 2 (negative Eigenschaft).** Sei  $\tau$  ein Term vom Typ  $\uparrow \langle 0 \rangle$ , dann kürzt  $\neg\tau$   $\langle \lambda x. \neg\tau(x) \rangle$  ab.  $\tau$  ist negativ, wenn  $\neg\tau$  positiv ist. ♣

Eigenschaften sind entweder positiv oder negativ.

**Axiom 1.**

$$(\forall X)[\mathcal{P}(\neg X) \rightarrow \neg\mathcal{P}(X)]$$

$$(\forall X)[\neg\mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(\neg X)]$$

♡

Aus diesem Axiom folgt natürlich sofort, dass es positive wie negative Eigenschaften gibt.

Quantoren reichen über alle möglichen Welten, lassen sich aber auf die gerade betrachtete Welt mittels des Existenzprädikates  $E$  einschränken.

**Definition 3.**  $(\forall^E x)\Phi$  steht für  $(\forall x)[E(x) \rightarrow \Phi]$  und  $(\exists^E x)\Phi$  für  $(\exists x)[E(x) \wedge \Phi]$  ♣

Aus positiven Eigenschaften folgen notwendig positive Eigenschaften.

**Axiom 2.**  $x$  ist vom Typ  $0$ ,  $X, Y$  sind vom Typ  $\uparrow \langle 0 \rangle$

$$(\forall X)(\forall Y)[\mathcal{P}(X) \wedge \Box(\forall^E x)(X(x) \rightarrow Y(x))] \rightarrow \mathcal{P}(Y)$$

**Satz 1.** Mit Axiom 2

$$(\exists X)\mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(\langle \lambda x. x = x \rangle)$$

$$(\exists X)\mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(\neg\langle \lambda x. \neg x = x \rangle)$$

♠

**Satz 2.** Mit den Axiomen 1 und 2

$$(\exists X)\mathcal{P}(X) \rightarrow \neg\mathcal{P}(\langle \lambda x. \neg x = x \rangle)$$

♠

Jede positive Eigenschaft ist möglich instanziiert. Das heißt, ist  $P$  eine positive Eigenschaft, besteht die Möglichkeit, dass eine Entität diese Eigenschaft hat.

**Satz 3.** *Mit den Axiomen 1 und 2*

$$(\forall X) \{ \mathcal{P}(X) \rightarrow \diamond(\exists^E x)X(x) \} \quad \spadesuit$$

Die Konjunktion zweier positiver Eigenschaften ist wieder eine positive Eigenschaft.

**Axiom 3.**  $(\forall X)(\forall Y)[\mathcal{P}(X) \wedge \mathcal{P}(Y)] \rightarrow \mathcal{P}(\langle \lambda x. X(x) \wedge Y(x) \rangle)$  ♥

Es ist sofort klar, dass eine endliche Konjunktion positiver Eigenschaften wieder eine positive Eigenschaft ergibt. Für den Beweis wird aber eine unendliche Konjunktion benötigt. Dafür erweist es sich als sinnvoll folgende Abkürzungen einzuführen:

$$\text{pos}(\mathcal{Z}) \Leftrightarrow (\forall X)[\mathcal{Z}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)]$$

$$(X \text{ intersection of } \mathcal{Z}) \Leftrightarrow \Box(\forall x) \{ X(x) \equiv (\forall Y)[\mathcal{Z}(Y) \rightarrow Y(x)] \}$$

Mit diesem Axiom werden auch unendliche Konjunktionen abgedeckt.

**Axiom 4.**  $(\forall \mathcal{Z}) \{ \text{pos}(\mathcal{Z} \rightarrow (\forall X)[(X \text{ intersection of } \mathcal{Z}) \rightarrow \mathcal{P}(X)]) \}$  ♥

Jede positive Eigenschaft ist notwendig positiv.

**Axiom 5.**  $(\forall X)[\mathcal{P}(X) \rightarrow \Box \mathcal{P}(X)]$  ♥

Ein göttliches Wesen besitzt alle positiven Eigenschaften.

**Definition 4 (Göttliches Wesen).**  $G$  entspricht dem folgenden Term vom Typ  $\uparrow \langle 0 \rangle$  ( $Y$  ist vom Typ  $\uparrow \langle 0 \rangle$ )

$$\langle \lambda x. (\forall Y)[\mathcal{P}(Y) \rightarrow Y(x)] \rangle$$

Eine äquivalente Definition, die zeigt, dass ein Wesen mit allen positiven Eigenschaften ausschließlich positive Eigenschaften besitzt ist die folgende:



**Definition 5 (Göttliches Wesen).**  $G^*$  ist der folgende Term vom Typ  $\uparrow \langle 0 \rangle$

$$\langle \lambda x. (\forall Y)[\mathcal{P}(Y) \equiv Y(x)] \rangle$$

Die Äquivalenz müsste streng genommen noch gezeigt werden, wir werden aber einfach  $G = G^*$  annehmen (eigentlich auch klar wegen Axiom 4).

**Satz 4.** In  $\mathbf{K}$ ,  $(\exists x)G^*(x) \rightarrow (\forall X)[\neg\mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(\neg X)]$  ♠

**Satz 5 ( $G$  ist positiv).** In  $\mathbf{K}$  impliziert Axiom 4  $\mathcal{P}(G)$  ♠

### 1 Theorem (mögliche Existenz Gottes):

Mit den Axiomen 1, 2 und 4 sind in  $\mathbf{K}$  folgendes Konsequenzen:  $\diamond(\exists^E x)G(x)$  und  $\diamond(\exists x)G(x)\diamond$

BEWEIS Mit Satz 3,

$$(\forall X) \left\{ \mathcal{P}(X) \rightarrow \diamond(\exists^E x)X(x) \right\}$$

und damit

$$(\forall X) \left\{ \mathcal{P}(X) \rightarrow \diamond(\exists x)X(x) \right\}$$

mit Satz 5 gilt  $\mathcal{P}(G)$ . ■

Wenn  $P$  Essenz eines Objekts  $q$  ist, so besitzt  $q$  die Eigenschaft  $P$  und aus  $P$  folgen alle weiteren Eigenschaften von  $q$ . Das Prädikat  $\mathcal{E}(P, q)$ , soll für die Aussage „ $P$  ist die Essenz von  $q$ “ stehen.

**Definition 6 (Essenz).**  $\mathcal{E}$  steht für den folgenden Term vom Typ  $\uparrow \langle \uparrow \langle 0 \rangle, 0 \rangle$  ( $Z$  ist vom Typ  $\uparrow \langle 0 \rangle$ ,  $w$  ist vom Typ  $0$ )

$$\left\langle \lambda Y, x. Y(x) \wedge (\forall Z) \left\{ Z(x) \rightarrow \Box(\forall^E w)[Y(w) \rightarrow Z(w)] \right\} \right\rangle$$

Die Eigenschaft göttlich zu sein (Definition 4), ist die Essenz eines göttlichen Wesen.

### 2 Theorem:

$$(\forall x)[G(x) \rightarrow \mathcal{E}(G, x)]$$

Hiermit wird sichergestellt, dass jede Essenz einer Entität mit Eigenschaft  $N$  (notwendige Existenz), notwendig instanziiert ist.

**Definition 7 (notwendige Existenz).**  $N$  steht für folgenden Term vom Typ  $\uparrow \langle 0 \rangle$

$$\langle \lambda x. (\forall Y)[\mathcal{E}(Y, x) \rightarrow \Box(\exists^E z)Y(z)] \rangle$$

Das folgende Axiom drückt aus, dass notwendige Existenz eine positive Eigenschaft ist.

**Axiom 6.**

$$\mathcal{P}(N)$$

Falls Gott existiert, so existiert er notwendig.

**3 Theorem:**

Mit den Axiomen 1, 5 und 6 gilt in  $\mathbf{K}$

$$(\exists x)G(x) \rightarrow \Box(\exists^E x)G(x)$$

Aus der möglichen Existenz Gottes folgt seine notwendige Existenz

**4 Theorem:**

Mit den Axiomen 1, 5 und 6 gilt in  $\mathbf{S}_5$

$$\Diamond(\exists x)G(x) \rightarrow \Box(\exists^E x)G(x)$$

BEWEIS Aus Theorem 3 folgt mittels der Nezesitationsregel

$$\Box[(\exists x)G(x) \rightarrow \Box(\exists^E x)G(x)]$$

In  $\mathbf{K}$  gilt  $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Diamond A \rightarrow \Diamond B)$ , damit

$$\Diamond(\exists x)G(x) \rightarrow \Diamond\Box(\exists^E x)G(x)$$

Mit der Kontraposition des Becker Axioms erhält man

$$\Diamond(\exists x)G(x) \rightarrow \Box(\exists^E x)G(x)$$

**Satz 6 (Gott existiert notwendig).**

$$\Box(\exists^E x)G(x)$$

BEWEIS Folgt aus den Theoremen 4 und 1 ■

## 5 Einwände

Es lässt sich zeigen, dass Axiom 4,  $\mathcal{P}(G)$ ,  $\diamond(\exists^E x)G(x)$  und  $\diamond(\exists x)G(x)$  äquivalent sind<sup>15</sup>. In dem Sinne, dass die mögliche Existenz Gottes sozusagen „versteckt“ angenommen wurde, liegt ein Zirkelschluss vor. Die Kritik die an der modallogischen Variante Anselms Beweis vorgenommen wurde trifft hier genauso zu.

Ein weitreichender Vorwurf ist der Zusammenbruch des modalen Systems<sup>16</sup>, aus den Axiomen für den Gottesbeweis lässt sich  $Q \rightarrow \Box Q$  folgern. In Fitting (2002) Seiten 165ff wird ein „Reparaturvorschlag“ für das Axiomensystem gemacht, der aber hier nicht weiter besprochen werden soll.

Oppy (1996) schlägt eine Änderung von Axiom 4 beziehungsweise Axiom 5 dergestalt vor, dass ein göttliches Wesen alle positiven Eigenschaften bis auf endlich viele negative Eigenschaften  $P_1, \dots, P_n$  hat. Der Beweis bleibt weiterhin gültig, was zur Entstehung unendlich vieler Subgötter führt.

---

<sup>15</sup>vgl. *Types, Tableaus and Gödel's God* S.152ff

<sup>16</sup>vgl. *Types, Tableaus and Gödel's God* S.163-164

## Literatur

- [Bromand und Kreis 2011] BROMAND, Joachim (Hrsg.) ; KREIS, Guido (Hrsg.): *Gottesbeweise*. Suhrkamp, 2011
- [von Canterbury 1962] CANTERBURY, Anselm von ; SCHMITT, P. Franciscus S. (Hrsg.): *Proslogion*. Friedrich Frommann Verlag, 1962
- [Fitting 2002] FITTING, Melvin: *Types, Tableaus and Gödel's God*. Kluwer, 2002
- [Garson 2009] GARSON, James ; ZALTA, Edward N. (Hrsg.): *Modal Logic*. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2010 Edition), 2009. – URL <http://plato.stanford.edu/archives/win2009/entries/logic-modal/>
- [Oppy 1995] OPPI, Graham: *Ontological Arguments and Belief in God*. Cambridge University Press, 1995
- [Oppy 1996] OPPI, Graham: *Godelian Ontological Arguments*. 1996. – URL [http://www.infidels.org/library/modern/graham\\_oppy/godel.html](http://www.infidels.org/library/modern/graham_oppy/godel.html)
- [Oppy 2011] OPPI, Graham ; ZALTA, Edward N. (Hrsg.): *Ontological Arguments*. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2011 Edition), 2011. – URL <http://plato.stanford.edu/archives/spr2011/entries/ontological-arguments/>
- [Ratzsch 2010] RATZSCH, Del ; ZALTA, Edward N. (Hrsg.): *Teleological Arguments for God's Existence*. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2010 Edition), 2010. – URL <http://plato.stanford.edu/archives/win2010/entries/teleological-arguments/>
- [Small ] SMALL, Christopher: Reflections on Gödel's Ontological Argument. . – URL <http://www.stats.uwaterloo.ca/~cgsmall/Godel.final.revision.PDF>