

Diskrete Optimierung

10. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
PD Dr. Ulf Lorenz
Dipl. Math. Konstantin Pertschik

SoSe 2011
21./22.06.2011

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Eigenschaften des Stabile-Mengen-Polytops)

Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit $|V| = n$ und $P(G)$ das zugehörige Stabile-Mengen-Polytop, d. h.

$$P(G) = \text{conv}\{x \in \{0, 1\}^n \mid x_i + x_j \leq 1 \forall (i, j) \in E\}.$$

Beweise die folgenden Aussagen:

- $P(G)$ ist volldimensional.
- $P(G)$ ist *submonoton*, das heißt $x \in P(G)$ impliziert $y \in P(G)$ für alle $0 \leq y \leq x$. Alle nichttrivialen Facetten von $P(G)$ haben nichtnegative Koeffizienten, das heißt, wenn $a^T x \leq \alpha$ eine facettendefinierende Ungleichung ist, gilt $a \geq 0$. Nichttriviale Facetten sind diejenigen, die *nicht* durch die Ungleichung $x_j \geq 0$ induziert werden.
- Die Nichtnegativitätsbedingungen $x_j \geq 0$ induzieren Facetten von $P(G)$.

Hausübung

Aufgabe H1 (Lambda- und Delta-Methode)

Verallgemeinere die Lambda-Methode und die Delta-Methode um eine Funktion $f : [a, b] \times [c, d] \rightarrow \mathbf{R}$ stückweise linear zu approximieren. Zerlege dazu den rechteckigen Definitionsbereich von f in Dreiecke. Gib jeweils ein Modell an.

Hinweis: Gehe davon aus, dass die für die Delta-Methode nötige Ordnung der Dreiecke gegeben ist.

Aufgabe H2 (Modellierung)

A large company wishes to move some of its departments out of London. There are benefits to be derived from doing this (cheaper housing, government incentives, easier recruitment, etc.) which have been costed. Also, however, there will be greater costs of communication between departments. These have also been costed for all possible locations of each department.

The company comprises five departments (A, B, C, D, E). The possible cities for relocation are Bristol and Brighton, or a department may be kept in London. None of these cities (including London) may be the location for more than three of the departments.

Benefits to be derived from each relocation are given below (in thousands of pounds per year):

	A	B	C	D	E
Bristol	10	15	10	20	5
Brighton	10	20	15	15	15

Communication costs are of the form $c_{ik}d_{jl}$, where c_{ik} is the quantity of communication between departments i and k per year and d_{jl} is the cost per unit of communication between cities j and l . c_{ik} and d_{jl} are given by the tables below:

	A	B	C	D	E
A		0.0	1.0	1.5	0.0
B			1.4	1.2	0.0
C				0.0	2.0
D					0.7

Quantities of communication c_{ik} (in thousands of units).

	Bristol	Brighton	London
Bristol	5	14	13
Brighton		5	9
London			10

Costs per unit of communication d_{jl} (in pounds).

Where should each department be located so as to minimize overall yearly cost?