



Klausurvorbereitungskurs Mathematik II für MB

4. Übung: Parameterintegral, Wegintegral und Potential

A1 Parameterintegral

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils deren Ableitung g' explizit. Können Sie auch g explizit bestimmen?

$$(a) g(y) := \int_{y^2}^{2y^2} \sin(x+y) dx \quad (b) g(y) := \int_0^1 \frac{\sin(xy) - xy \cos(xy)}{x^2} dx$$

A2 Wegintegral I

Die Funktionen $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ und $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ seien definiert durch

$$F(x, y, z) = (y^2, z, e^{\sqrt{x}}) \quad \text{bzw.} \quad \gamma(t) = (t^2, 1, e^t).$$

Berechnen Sie das Wegintegral

$$\int_{\gamma} F(x, y, z) d(x, y, z).$$

Besitzt die Funktion F ein Potential?

A3 Wegintegral II

Berechnen Sie das Wegintegral

$$\int_W F \cdot dX,$$

wobei der Weg W die Parameterdarstellung

$$r(t) = \left(\pi t, \pi t, \frac{t}{\pi}\right), \quad 0 \leq t \leq 1,$$

besitzt und das Vektorfeld F durch

$$F(x, y, z) = (\cos x + 2yz, \sin y + 2xz, z + 2xy)$$

gegeben ist, auf zwei verschiedene Arten:

- (a) direkt
- (b) mit Hilfe eines Potentials des Vektorfeldes F .

A4 Potentiale

Berechnen Sie sofern möglich, die Potentiale der folgenden Vektorfelder:

$$(a) F(x, y) = (2x, 2y)^T \quad (b) F(x, y) = (2y, 2x)^T.$$