



13. Übungsblatt zur „Mathematik II für Maschinenbau“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Taylor- und Fourier-Entwicklung)

Finden Sie die Taylor- und Fourier-Entwicklung der Funktion $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \sin(x)$.

Aufgabe G2 (Kurvenlänge und Fläche)

Berechnen Sie den Umfang und die Fläche der Figur zwischen der Gerade $y = x$ und der Parabel $y = x^2$.

Aufgabe G3 (Krümmung und Extremstellen)

Gegeben sei die Kurve $X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$X(t) = \left(t - \sin(t), 1 - \cos(t), 4 \sin\left(\frac{t}{2}\right) \right).$$

Finden Sie die Punkte, wo die Krümmung von X minimal und maximal ist.

Aufgabe G4 (Niveaulinien, Gradientenvektorfeld, implizite Funktionen)

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \frac{(x + y)^2}{16} + \frac{(x - y)^2}{4}.$$

- Zeichnen Sie die Niveaulinien und das Gradientenvektorfeld von f .
- Welche Punkte auf der 1-Niveaulinie haben eine Umgebung, wo die Gleichung $f(x, y) = 1$ eine Funktion $y = g(x)$ bestimmt? Finden Sie diese Punkte zuerst auf dem Bild, dann berechnen Sie sie mithilfe des Satzes über impliziten Funktion.

Aufgabe G5 (Riemann-Integrale)

Berechnen Sie das Volumen und den Schwerpunkt der Schnittmenge des Balles $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ und des Kegels $x^2 + y^2 \leq z^2$, $z \geq 0$.