



12. Übungsblatt zur „Mathematik II für Maschinenbau“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Substitution)

Berechnen Sie mittels der 2-dimensionalen Transformationsformel die Fläche der Ellipse

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}.$$

Wie sieht das Integral $\iint_E dx dy$ in kartesischen Koordinaten aus?

Aufgabe G2 (Polarkoordinaten)

Bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\int_G (x^2 + y^2) d(x, y)$$

für den Integrationsbereich

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq 1 \text{ oder } |y| \geq 1, x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

Skizzieren Sie dazu zuerst den Integrationsbereich G . Verwenden Sie auch Polarkoordinaten.

Aufgabe G3 (Zylinderkoordinaten)

Berechnen Sie unter Verwendung von Zylinderkoordinaten das Volumen der Punktmenge $M \subset \mathbb{R}^3$, die im Einheitszylinder

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

zwischen der (x, y) -Ebene und der Fläche

$$\{(r \cos \varphi, r \sin \varphi, \varphi^2), \varphi \in [0, 2\pi), r \in [0, 1]\}$$

liegt.