



11. Übungsblatt zur „Mathematik II für Maschinenbau“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Riemann-Integrale)

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_{\sin(x)}^{\cos(x)} \frac{y}{\sin(2x)} dy \right) dx.$$

Aufgabe G2 (Riemann-Integrale)

Sei $r, h \in]0, \infty[$ und $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq r^2(h - z)^2, 0 \leq z \leq h\}$.

- Skizzieren Sie K .
- Berechnen Sie $\int_K d(x, y, z)$. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe G3 (Riemann-Integrale)

Berechnen Sie den Schwerpunkt der Halbkugel $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$.

Aufgabe G4 (Gaußsche Integralsatz für die Ebene)

Sei $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ und ∂K sein Rand. Sei

$$F(x, y) = \left(-\frac{1 + y}{(1 + x + y)^2}, \frac{x}{(1 + x + y)^2} \right).$$

Berechnen Sie $\int_{\partial K} F$

- direkt,
- mithilfe dem Gaußschen Integralsatz.

Bonus: Das Ergebnis spricht dafür, dass es einen dritten Weg gibt, um es zu erhalten. Wie sieht dieser aus?

Hausübung

– Abgabe am 04.07.-06.07.11 in der Übung –

Aufgabe H1 (Riemann-Integrale) (5 Punkte)

Berechnen Sie das Volumen zwischen dem Paraboloid, gegeben durch $z = 1 - x^2 - y^2$, und der xy -Ebene in \mathbb{R}^3 .

Aufgabe H2 (Riemann-Integrale) (10 Punkte)

Berechnen Sie die Fläche und den Schwerpunkt der Figur zwischen der x -Achse und dem Graphen von Sinus am Intervall $[0, \pi]$.

Aufgabe H3 (Gaußsche Integralsatz für die Ebene) (5 Punkte)

Sei W der Rand des Rechtecks $[-1, 1] \times [0, 1]$ und $F(x, y) = \left(\frac{y^2}{1+x^2}, \arctan(x)y\right)$. Berechnen Sie das Integral $\int_W F$.