

# Mathematik IV f. Elektrotechnik

# Mathematik III f. Informatik

## 1. Übungsblatt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik  
Prof. Dr. Stefan Ulbrich  
Dr. Lucia Panizzi  
Dipl.-Math. Sebastian Pfaff

SoSe 2011  
15. April 2011

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1 (Lagrangesches Interpolationspolynom)

Es seien folgende Daten gegeben:

$k$	0	1	2	3
$x_k$	1	2	3	4
$y_k$	-6	0	2	6

(1)

- Bestimmen Sie das Lagrangesche Interpolationspolynom vom Grad  $\leq 3$ , das die Interpolationsbedingungen für (1) erfüllt.
- Zeichnen Sie das Interpolationspolynom und die Interpolationspunkte.

#### Aufgabe G2 (Newtonsche Interpolationsformel)

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 2] \rightarrow [-1, 1] : x \mapsto \sin(\pi x)$$

und die Stützstellen  $\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2\}$ .

- Berechnen Sie das Newtonsche Interpolationspolynom mit Hilfe der dividierten Differenzen.
- Geben Sie eine obere Schranke für den Abstand von  $f$  und dem Interpolationspolynom an.
- Um welchen Faktor verbessert sich die Schranke, wenn die Stützstellen  $\{\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}\}$  hinzugefügt werden?

#### Aufgabe G3 (Interpolation)

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto 8x^4 - 18x^3 + 10x^2 + 0,5x.$$

Lesen Sie sich zuerst beide Aufgabenteile durch und entscheiden Sie sich dann für eine der Ihnen bekannten Interpolationsformeln. Begründen Sie Ihre Wahl.

- Berechnen Sie zu  $f$  und den Stützstellen  $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$  das Interpolationspolynom vom Grad  $\leq 2$  auf dem Intervall  $[0, 1]$ .
- Berechnen Sie zu  $f$  und den Stützstellen  $\{0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$  das Interpolationspolynom vom Grad  $\leq 3$  auf dem Intervall  $[0, 1]$ .

---

## Hausübung

---

### Aufgabe H1 (Lagrangesches Interpolationspolynom)

Die Funktion  $f(x) = \sqrt{x}$  soll mit Hilfe des Lagrange-Interpolationspolynoms  $p(x)$  zwischen den Stützstellen  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $x_1 = 1$  und  $x_2 = 4$  interpoliert werden. Vergleichen Sie die Punktauswertungen von  $f$  und  $p$  in den Punkten  $x = \frac{1}{2}$  und  $x = 2$ . Skizzieren Sie die Graphen von  $f$  und  $p$ .

### Aufgabe H2 (Inverse Interpolation)

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 1] \rightarrow [-1, \frac{3}{4}] : x \mapsto x^2 - \frac{1}{4x}.$$

- Zeigen Sie, dass die Funktion  $f$  eine Umkehrfunktion besitzt.
- Berechnen Sie ein Newtonsches Interpolationspolynom vom Grad 2 zur *Umkehrfunktion* von  $f$ . Versuchen Sie dabei die Stützstellen so zu wählen, dass die Stützstellen sowie die zugehörigen Funktionswerte rational sind.

### Aufgabe H3 (Newtonsche Interpolationsformel & Lineare Splines)

Gegeben seien die folgenden Messwerte

$x_i$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y_i$	0	0	0	0	1	0	0	0	0

- Berechnen Sie das zugehörige Newtonsche Interpolationspolynom mit Hilfe der dividierten Differenzen und fertigen Sie eine Skizze an.
- Zeichnen Sie den linearen Spline zu den Messwerten in die Skizze ein und vergleichen Sie. Welche Interpolation ist besser?