



8. Übungsblatt zur „Mathematik III für ETiT, WI(ET), IST, CE, LaB-ET, Sport-Wiss“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Lineare Differentialgleichung, Variation der Konstanten)

Für $x > 0$ sei die Differentialgleichung

$$x(x+1)y'' - (2x+1)y' + 2y = 2x(x+1)$$

gegeben. Die Funktionen $y_1(x) = (x+1)^2$ und $y_2(x) = x^2$ bilden ein Fundamentalsystem der homogenen Gleichung. Berechne die allgemeine Lösung durch Variation der Konstanten.

Aufgabe G2 (Lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten)

(a) Bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y''' - y'' - 6y' = 0$ und löse die Differentialgleichung unter den Anfangsbedingungen $y(0) = 4$, $y'(0) = -1$ und $y''(0) = 17$.

(b) Bestimme alle Lösungen von $y'' + y' = xe^{-x}$.

Aufgabe G3 (Lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten)

Bestimme eine Lösung von $y^{(4)} - 4y'' = 1 + \cosh(2x)$ mit dem Ansatz vom Typ der Störfunktion.

Aufgabe G4 (Lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten)

Gib ein Beispiel einer homogenen linearen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten an, die die folgende Lösung besitzt

(a) $y = x^2 e^x$;

(b) $y = e^{2x} \cos x$.

Hausübung

Aufgabe H1 (Lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten)
(4 Punkte) Berechne alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = \sin x.$$

Aufgabe H2 (Lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten)
(4 Punkte)

Bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung: $y'' - y = \cos x + x$.

Aufgabe H3 (Lineares homogenes System)
(4 Punkte)

Bestimme ein Fundamentalsystem für das folgende System homogener linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten:
$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 4y_2. \end{cases}$$