Lineare Algebra II
13. Tutoriumsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Kollross
Susanne Kürsten
Tristan Alex

SS 2011
12. Juli 2011

Aufgabe T1 (Jordansche Normalform)
Die Matrix A besitze nur die Eigenwerte 1 und -1. Geben Sie eine Jordansche Normalform von A an für den Fall, dass

(a) die algebraische Vielfachheit sowie die geometrische Vielfachheit beider Eigenwerte zwei ist.

(b) die algebraische sowie die geometrische Vielfachheit vom Eigenwert 1 eins ist, die algebraische Vielfachheit vom Eigenwert -1 drei und die geometrische zwei ist.

(c) die algebraische sowie die geometrische Vielfachheit vom Eigenwert 1 eins ist, die algebraische Vielfachheit vom Eigenwert -1 drei und die geometrische eins ist.

Aufgabe T2 (Jordansche Normalform)
Bestimmen Sie je eine Jordansche Normalform der Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Tipp: Berechnen Sie zur Bestimmung der Jordanschen Normalform von B zunächst die Matrix B^3.

Aufgabe T3 (Jordansche Normalform und Potenzen von Matrizen)

(a) Bestimmen Sie eine Jordansche Normalform und eine Jordanbasis für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -9 & 8 \end{pmatrix}.$$

Bemerkung: Eine Jordanbasis ist hier eine Basis des $\mathbb{R}^2$, bzgl. der die Matrix in Jordannormalform vorliegt.

(b) Berechnen Sie A^n für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe T4 (Jordansche Normalform)
Es seien $A_1, A_2, \dots, A_8 \in M_5(\mathbb{C})$ komplexe 5×5-Matrizen, die alle den Eigenwert $\lambda \in \mathbb{C}$ haben und keinen weiteren. Zeigen Sie, dass mindestens zwei der Matrizen $A_1, A_2, \dots, A_8$ zueinander ähnlich sind.