Lineare Algebra II
10. Tutoriumsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Kollross
Susanne Kürsten
Tristan Alex

SS 2011
21. Juni 2011

Aufgabe T1 (Drehungen und Spiegelungen)
Geben Sie die Matrix der folgenden Abbildungen bezüglich der Standardeinheitsbasis an.

(a) Eine Drehung im $\mathbb{R}^2$ um $\frac{\pi}{3}$ um den Koordinatenursprung.

(b) Eine Spiegelung im $\mathbb{R}^2$ an einer Geraden durch den Koordinatenursprung, welche mit der x-Achse den Winkel $\frac{\pi}{6}$ einschließt.

(c) Eine Abbildung vom $\mathbb{R}^4$ in den $\mathbb{R}^4$, welche in der Ebene E die von den Vektoren

$$b_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } b_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

aufgespannt wird, einer Drehung um $\frac{\pi}{3}$ um den Koordinatenursprung entspricht und die alle Elemente aus $E^\perp$ auf sich abbildet.

Aufgabe T2 (Eigenwerte)

(a) Es seien $a, b \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die (eventuell komplexen) Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}.$$

(b) Berechnen Sie die (eventuell komplexen) Eigenwerte der Matrix einer Drehung im $\mathbb{R}^2$ um den Koordinatenursprung um einen Winkel $\varphi \in \mathbb{R}$.

Aufgabe T3 (Diagonalisieren)
Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine orthogonale Matrix P an, für die $P^T AP$ eine Diagonalmatrix ist und berechnen Sie $P^T AP$.

Aufgabe T4 (Diagonalisierbarkeit)
Warum gibt es eine unitäre Matrix Q, so dass für

$$A := \begin{pmatrix} i & -i & 1 \\ i & i & i \\ 1 & -i & i \end{pmatrix}$$

die Matrix $A' = Q^{-1} A\, Q$ eine Diagonalmatrix ist?