Optimierung in dynamischer Umgebung Übung 4

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

PD Dr. Ulf Lorenz **20.06.2011**

Aufgabe 1 Subramani-Algorithmus

Lösen Sie folgendes QLP mit dem Eliminationsalgorithmus von Subramani:

$$\exists x \in [0,2]\ \forall y \in [0,1]\ \exists z \in [0,2] : \begin{aligned} 3x + 3y + 2z &\geq 6 \\ 4x + 3y + 2z &\leq 10 \end{aligned}$$

Aufgabe 2 DEP

Stellen Sie das deterministische Äquivalent zu dem QLP aus Aufgabe 1 auf (in *Compact-View*-Darstellung) und eliminieren sie die zu z gehörigen Variablen.

Aufgabe 3

Wiederholen Sie Aufgabe 2 mit folgendem Quantor-String: $\exists x \in [0,2]\ \exists z \in [0,2]\ \forall y \in [0,1]$. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 4 Lösungsraum

Geben Sie eine vollständige lineare Beschreibung des Lösungsraums aus Aufgabe 1 an.

Aufgabe 5 F-QLPs

F-QLPs sind QLPs der folgenden Form:

$$\forall y_1 \in [l_1,u_1]\ \forall y_2 \in [l_2,u_2]\ \ldots\ \forall y_n \in [l_n,u_n]\ \exists x_1\ \exists x_2\ \ldots\ \exists x_n \qquad \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq b \tag{\textbf{F}-QLP}$$

Dabei seien eventuelle Schranken der x-Variablen in der Matrix $\mathbf{A}$ kodiert.

F-QLPs sind $co\text{-}\mathcal{NP}$-vollständig. Daher kann eine Nein-Instanz in Polynomzeit in ein *gemischt-ganzzahliges lineares Programm (MIP)* überführt werden. Transformieren Sie

$$\neg\forall y_1 \in [l_1,u_1]\ \forall y_2 \in [l_2,u_2]\ \ldots\ \forall y_n \in [l_n,u_n]\ \exists x_1\ \exists x_2\ \ldots\ \exists x_n \qquad \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq b$$

in ein MIP. Verzichten Sie dabei auf (exponentielle) Quantor-Elimination.

Hinweis: Das *Farkas-Lemma* besagt, dass allgemein genau eines der folgenden beiden Systeme eine Lösung hat:

$$Ax \leq b \qquad \dot{\bigvee} \qquad \begin{aligned} A^T u &= 0 \\ u^T b &< 0 \\ u &\geq 0 \end{aligned} \tag{Farkas}$$