Optimierung in dynamischer Umgebung
Übung 2

PD Dr. Ulf Lorenz

16.05.2011

Aufgabe 1 Go

Machen Sie sich mit den Regeln des Go-Spiels vertraut.

Aufgabe 2 $\mathcal{NP}$-Vollständigkeit des IP-Zulässigkeitsproblems

Beim $\mathcal{NP}$-vollständigen Entscheidungsproblem SAT ist eine boolesche Formel φ in *konjunktiver Normalform*[1] gegeben. Zu entscheiden ist, ob φ erfüllbar ist.
Beim *IP-Zulässigkeitsproblem* sind m Ungleichungen der Form

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \leq b_j, \quad a_{ij} \in \mathbb{Q}, \quad b_j \in \mathbb{Q}, \quad j = 1, \dots, m$$

gegeben. Zu entscheiden ist, ob eine Belegung der Variablen x_i mit Werten aus $\mathbb{Z}$ existiert, die alle Ungleichungen erfüllt.

a) Zeigen Sie, dass das IP-Zulässigkeitsproblem $\mathcal{NP}$-schwer ist.

b) Ist es auch $\mathcal{NP}$-vollständig?

Aufgabe 3 SSAT

Sei folgende SSAT-Instanz gegeben:

$$\exists x_1 \text{Я} x_2 \exists x_3 \text{Я} x_4 : (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4})$$

Ist die boolesche Formel mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 75% erfüllbar?

Aufgabe 4 Reduktion

Sei *CLIQUE* folgendes Problem:

Eingabe: Ein ungerichteter Graph G und eine natürliche Zahl k.
Ausgabe: „Ja," falls G eine Clique der Größe k enthält. Sonst: „Nein."

Sei *INDEPENDENT SET (IS)* folgendes Problem:

Eingabe: Ein ungerichteter Graph G und eine natürliche Zahl k.
Ausgabe: „Ja," falls G eine unabhängige Menge von k Knoten enthält, die paarweise nicht miteinander verbunden sind. Sonst: „Nein."

Zeigen Sie *CLIQUE* $\leq_p$ *IS*.

Aufgabe 5 Modellierung

Betrachten Sie erneut das Beispiel des Farmers. Nehmen Sie diesmal an, er habe 4 Felder der Größen 185, 145, 105 und 65 (in Summe also wiederum 500), die weit voneinander entfernt sind. Aus Effizienzgründen soll auf jedem Feld nur eine Art von Pflanze angebaut werden.
Formulieren Sie dies als zweistufiges stochastisches Programm mit Binärvariablen in der ersten Stufe.

[1] $\bigwedge \bigvee (\neg) x_i$ (vgl. Aufgabe 3)