Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. U. Reif
St. Ehlen, K. Schwieger, N. Sissouno

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 08/09 17. – 22.10.08

Mathematik I für MB

1. Übung

Wiederholungsaufgaben

Aufgabe W1 (Winkel in Gradmaß und Bogenmaß) Vervollständigen Sie folgende Tabelle:

α in Bogenmaß	0	$\frac{1}{4}\pi$		$\frac{3}{4}\pi$	π		2π
α in Gradmaß			$90°$		$180°$	$270°$	

Zeichnen Sie die jeweiligen Winkel am Einheitskreis ein.

Aufgabe W2 (Sinus- und Kosinusfunktion)

(i). Skizzieren Sie die Funktionen $\sin x$ und $\cos x$ jeweils im Intervall $x \in [-2\pi, 2\pi]$. Benennen Sie anhand Ihrer Grafik die Nullstellen sowie Hoch- und Tiefpunkte der Funktionen.

(ii). Vervollständigen Sie folgende Tabelle:

α	cos	sin
$0°$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$
$30°$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$
$60°$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$
$45°$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$
$90°$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$

Präsenzaufgaben

Aufgabe P1 (Rechnen mit Vektoren)

(i). Gegeben seien die Ortsvektoren $\vec{x} = (2, -3, 1)^T$ und $\vec{y} = (1, 0, -2)^T$. Berechnen Sie

$$\vec{x} + \vec{y}, \qquad -2\vec{x}, \qquad 3\vec{x} - 2\vec{y}\ .$$

(ii). Berechnen Sie die Länge der Ortsvektoren $\vec{x} = (8, -2, 4)^T$ und $\vec{y} = (5, 4, -7)^T$.

(iii). Berechnen Sie den Einheitsvektor $\vec{x_0}$ in Richtung von $\vec{x} = (2, \sqrt{7}, -1)^T$.

Aufgabe P2 (Skalar- und Vektorprodukt)

(i). Es seien die zwei Vektoren $\vec{x} = (3, 0)^T$ und $\vec{y} = (1, 2)^T$ gegeben. Berechnen Sie ihr Skalarprodukt, die senkrechte Projektion von $\vec{y}$ auf $\vec{x}$ sowie näherungsweise den von $\vec{x}$ und $\vec{y}$ eingeschlossenen Winkel. Machen Sie eine Skizze.

(ii). Berechnen Sie einen zu $\vec{x} = (-1, 3, -2)^T$ und $\vec{y} = (1, 0, 2)^T$ senkrechten Vektor $\vec{z_0}$ der Länge $\|\vec{z_0}\| = 4\sqrt{5}$.

Aufgabe P3 (Polarisationsformel) Zeigen Sie, dass für alle Vektoren $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$ die sog. *Polarisationsformel* gilt:

$$\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = \tfrac{1}{4}(\|\vec{x} + \vec{y}\|^2 - \|\vec{x} - \vec{y}\|^2)\ .$$

Aufgabe P4 (Geraden) Bestimmen Sie den Schnittwinkel der beiden folgenden Geraden im $\mathbb{R}^2$:

$$g_1 : \vec{x} = (1, -2)^T + \lambda_1(1, 1)^T, \qquad g_2 : \vec{x} = (0, 1)^T + \lambda_2(1, -1)^T\ .$$

Fertigen Sie eine Skizze an, und tragen Sie hierin die Aufsatzpunkte sowie die Richtungsvektoren der Geraden ein. Lesen Sie den gemeinsamen Schnittpunkt S ab. Zu welchen Parameterwerten λ_1 und λ_2 gehört dieser Punkt S?

Hausaufgaben

Aufgabe H1 (Rechnen mit Vektoren, 2+2 Punkte)

(i). Berechnen Sie den Abstand der Punkte $P = (-1, 2, 4)^T$ und $Q = (3, -1, 2)^T$.

(ii). Bestimmen Sie alle reellen Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$, so dass für den Abstand $\|B - A\|$ zwischen den Punkten $A = (2, \lambda, -2)^T$ und $B = (3, -1, 1)^T$ gilt:

$$\|B - A\| = \sqrt{26} \, .$$

Aufgabe H2 (Skalar- und Vektorprodukt, 2+2 Punkte)

(i). Man berechne die Seitenängen und Winkel des ebenen Dreiecks im $\mathbb{R}^2$ mit den Eckpunkten

$$A = (3, 0)^T, \qquad B = (4, 4)^T, \qquad C = (0, 1)^T \, .$$

Machen Sie eine Skizze.

(ii). Berechnen Sie die Fläche F des Dreiecks im $\mathbb{R}^3$ mit den drei Eckpunkten $P_1 = (2, 3, 1)^T$, $P_2 = (0, 2, 3)^T$ und $P_3 = (1, 2, 2)^T$.

Aufgabe H3 (Parallelogrammgleichung, 2+2 Punkte) Die folgende Aussage ist als *Parallelogrammgleichung* bekannt:

> In jedem Parallelogramm ist die Summe der Quadrate über den beiden Diagonalen gleich der Summe der Quadrate über allen vier Seiten.

(i). Fertigen Sie eine Skizze an und formulieren Sie die obige Aussage als Gleichung mit Vektoren.

(ii). Beweisen Sie Ihre Formulierung der Parallelogrammgleichung.