Prof. U. Reif
S. Ehlen, K. Schwieger, N. Sissouno

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS08/09
16.01.2009

Mathematik für MB

Ergebnisblatt 10. Übung

Präsenzaufgaben

P29 (Verständnis)

i) $a_1 = 1,\ a_2 = -\frac{1}{2},\ a_3 = \frac{1}{3},\ a_4 = -\frac{1}{4},\ a_5 = \frac{1}{5};\quad s_1 = 1,\ s_2 = \frac{1}{2},\ s_3 = \frac{5}{6},\ s_4 = \frac{7}{12},\ s_5 = \frac{47}{60}$

ii) Grenzwert der Folge der Partialsummen

P30 (Leibnizsches Konvergenzkriterium)

i) $a_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}},\ a_2 = \frac{1}{\sqrt{6}},\ a_3 = -\frac{1}{\sqrt{12}},\ a_4 = \frac{1}{\sqrt{20}};\quad s_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}},\ s_2 = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{12}},\ s_3 = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}-1}{\sqrt{12}},\ s_4 = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}-1}{\sqrt{12}} + \frac{1}{\sqrt{20}}$
$b_1 = -1,\ a_2 = \sqrt{2},\ a_3 = -\sqrt[3]{3},\ a_4 = \sqrt[4]{4};\quad s_1 = -1,\ s_2 \sim 0,41,\ s_3 = -1,03,\ s_4 \sim 0,38$

ii) Die zu der Folge $(a_n)_n$ gehörige Reihe konvergiert nach Leibniz-Kriterium, die zu der Folge $(b_n)_n$ gehörige konvergiert nicht.

P31 (Quotientenkriterium)
Beide Reihen sind konvergent.

P32 Wurzelkriterium
Die zu der Folge $(a_n)_n$ gehörige Reihe ist divergent, die zu der Folge (b_n) gehörige konvergent.

P33 Vergleichskriterium

i) konvergent; ii) divergent

Hausaufgaben

H29 (Teleskop-Reihe)

i) $a_1 = \frac{1}{2},\ a_2 = \frac{1}{6},\ a_3 = \frac{1}{12},\ a_4 = \frac{1}{20},\ a_5 = \frac{1}{30};\quad s_1 = \frac{1}{2},\ s_2 = \frac{2}{3},\ s_3 = \frac{3}{4},\ s_4 = \frac{4}{5},\ s_5 = \frac{5}{6}$
Vermutung: $s_m = \frac{m}{m+1}$

ii) Vermutung ist richtig $\quad\Rightarrow\quad s_m = \frac{m}{m+1}$.

iii) $\lim_{m\to\infty} s_m = 1$

H30 (Quotienten- und Wurzelkriterium)

a_n: divergent; b_n: konvergent; c_n: konvergent; d_n: konvergent

H31 (Konvergenz von Reihen - Diplomvorprüfung 2004; 20min)

i) Die zu den Folgen $(a_n)_n$ und $(b_n)_n$ gehörigen Reihen konvergieren.

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} 5\left(\frac{3}{4}\right)^n = 15$

Z01 (Die Kochsche Schneeflocke)

i) $u_n = 3\left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$, $A_m = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{12}\sum_{k=0}^{m-1}\left(\frac{4}{9}\right)^k$

ii) $\lim_{n\to\infty} u_n = \infty$, $\lim_{m\to\infty} A_m = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{9\sqrt{3}}{60}$

Z02 (Umordnen von Reihen)

i) $a_1 = 1,\ a_2 = -\frac{1}{2},\ a_3 = \frac{1}{3},\ a_4 = -\frac{1}{4},\ a_5 = \frac{1}{5}; \quad s_1 = 1,\ s_2 = \frac{1}{2},\ s_3 = \frac{5}{6},\ s_4 = \frac{7}{12},\ s_5 = \frac{47}{60}$

ii) Leibniz-Kriterium

iii) $a_n^* = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad s^* = \frac{1}{2}s$

iv) $t = s + \frac{1}{2}s$

v) Keine absolute Konvergenz der Reihe S_m.