



## Mathematik I für MB

### 6. Übung

#### Präsenzaufgaben

##### Aufgabe P16 (Orthogonale Matrizen und Drehmatrizen in der Ebene)

(i)

$$D(0)\vec{x} = D(2\pi)\vec{x} = (1, 1)^T, \quad D(\frac{1}{2}\pi)\vec{x} = (-1, 1)^T, \quad D(\pi)\vec{x} = (-1, -1)^T, \quad D(\frac{3}{2}\pi)\vec{x} = (1, -1)^T.$$

(ii)  $A$  ist eine Drehmatrix,  $B$  nicht.

##### Aufgabe P17 (Punktspiegelung im $\mathbb{R}^2$ )

(ii)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(iii)  $A$  ist orthogonal.

**Aufgabe P18 (Linear oder nicht)** Die Abbildungen  $f_1, f_4, f_7$  und  $f_8$  sind linear, die anderen Abbildungen nicht. Die Abbildungsmatrizen sind

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad A_7 = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} = \alpha E, \quad A_8 = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

#### Hausaufgaben

**Aufgabe H16 (orthogonale Matrizen) (3 Punkte)** Die Matrizen  $A$  und  $B$  lassen sich nicht vervollständigen,  $C$  lässt sich vervollständigen durch

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{oder} \quad C_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

##### Aufgabe H17 (Spiegelung an einer Geraden) (2+2+2 Punkte)

(ii)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(iii) Seitenlängen:

$$\|\vec{PQ}\| = \sqrt{10}, \quad \|\vec{QR}\| = \sqrt{5}, \quad \|\vec{RP}\| = \sqrt{5}.$$

Der Winkel bei  $P$  und  $Q$  ist  $\frac{1}{4}\pi$ , der Winkel bei  $R$  ist  $\frac{1}{2}\pi$  (rechter Winkel).

Der Flächeninhalt ist  $\frac{1}{2}\sqrt{25}$ .

##### Aufgabe H18 (Drehmatrizen im $\mathbb{R}^3$ ) (2+2+2 Punkte)

(ii) Drehwinkel  $\alpha = \frac{1}{2}\pi$ .

(iii) Richtungsvektor  $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)^T$  oder  $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1, 0)^T$ .