

Analysis 1

2. Tutorium



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Prof. Dr. B. Kümmerer
W. Reußwig, K. Schwieger

Fachbereich Mathematik
27. Oktober 2010

Aufgabe 1 Kombinatorik I

Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus den Ziffern $\{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$ eine 7-stellige Zahl zu bilden, wobei

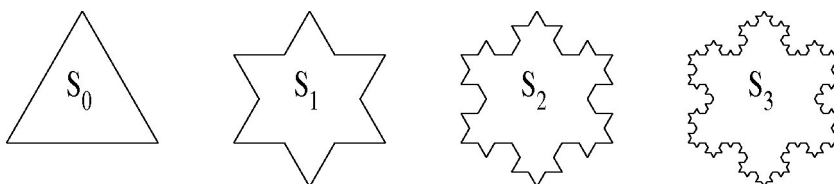
- (a) jede Ziffernkombination erlaubt ist,
- (b) die erste Ziffer nicht 0 sein darf,
- (c) jede Ziffer höchstens einmal vorkommen darf?

Aufgabe 2 Kombinatorik II

Wie viele Möglichkeiten gibt es beim Lottospiel (6 aus 49), mit einer gespielten Tippreihe genau 4 „Richtige“ zu treffen?

Aufgabe 3 Schneeflocken

In folgendem Bild sind für $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ *Schneeflocken Kurven* S_n gezeichnet.



- (a) Beschreiben Sie die Gesetzmäßigkeit, mit welcher die Schneeflocken Kurve S_{n+1} aus der Schneeflocken Kurve S_n gebildet wird.
- (b) Aus wie vielen Strecken besteht für $n \in \mathbb{N}_0$ die zugehörige Schneeflocken Kurve S_n ? Beweisen Sie Ihre Vermutung.

Aufgabe 4 Substitutionsdynamik

Wir betrachten folgende *Substitutionsvorschrift* auf endlichen Wörtern in den Buchstaben aus $\{a, b\}$:

- $a \rightarrow b$,
- $b \rightarrow ab$.

Starten wir mit dem Buchstaben a , so ergibt sich also folgende Sequenz von Substitutionen:

$$a \rightarrow b \rightarrow ab \rightarrow bab \rightarrow abbab \rightarrow \dots$$

(a) Bestimmen Sie weitere Schritte der Sequenz.

Wir bezeichnen weiter mit l_n die *Wortlänge* des n -ten Substitutionsergebnisses. Es gilt also

$$l_1 = 1, l_2 = 1, l_3 = 2, l_4 = 3 \dots$$

(b) Bestimmen Sie eine Rekursionsgleichung für l_{n+1} :

Wie hängt die Wortlänge l_{n+1} des $n + 1$ -ten Wortes von den bereits bekannten Wortlängen $\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ ab? Beweisen Sie Ihre Vermutung.

Aufgabe 5 Treppensteigen

Ein Briefträger steigt täglich eine lange Treppe nach folgendem Muster empor: Die erste Stufe betritt er in jedem Fall. Von da an nimmt er jeweils nur eine Stufe oder aber zwei Stufen auf einmal, ganz nach Belieben.

Auf wie viele verschiedene Arten kann der Briefträger die n -te Stufe erreichen? Finden Sie eine Rekursionsvorschrift.