Analysis 1
13. Übung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Prof. Dr. B. Kümmerer
W. Reußwig, K. Schwieger

Fachbereich Mathematik
3. Februar 2011

Lösung 47

Bezeichne mit $s_n := \sum_{k=0}^{n} a_n$ die Partialsummen. Per Induktion sieht man, dass die Folge a_n positiv ist. Die Reihe $\sum_n a_n$ ist also monoton wachsend, die Folge $a_{n+1} = 1/s_n$ also monoton fallend und somit konvergent.

Setze $a := \lim_n a_n$. Würde $a \neq 0$ gelte, so würden die Partialsummen $s_n = 1/a_{n+1}$ gegen $1/a$ konvergieren, insbes. wäre $(a_n)_n$ eine Nullfolge (Widerspruch zu $a \neq 0$). Also $a = 0$.

Würde die Reihe $\sum_n a_n$ konvergieren mit Reihenwert $s := \sum_{n=0}^{\infty} a_n \geq a_1 = 1$, so würde die Folge $a_{n+1} = 1/s_n$ gegen $1/s \neq 0$ konvergieren (Widerspruch zu $\lim_n a_n = a = 0$). Also ist die Reihe $\sum_n a_n$ divergent.