

Lineare Algebra I

15. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Kollross
Dr. Le Roux
Dipl.-Math. Susanne Kürsten

WS 2010/2011
14. Februar 2011

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Determinante)

Haben die folgenden Matrizen eine Determinante? Wenn ja, berechnen Sie diese.

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

(d)

$$\begin{pmatrix} 12 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 5 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(e)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(f)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 45 & 12 & 17 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

(g)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe G2 (Determinante und Rang (*))

(a) (*) Es sei $A \in M_{n,n}(\mathbb{K})$.

Zeigen Sie, dass

$$\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rank } A < n$$

gilt.

(b) (*) Nun sei $A \in M_{n,m}(\mathbb{K})$ und $B \in M_{m,n}(\mathbb{K})$, wobei n und m natürliche Zahlen mit $n > m$ sind. Zeigen Sie, dass dann

$$\det (A \cdot B) = 0$$

gilt.