

Analysis II für M, LaG/M, Ph

14. Tutoriumsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Apl. Prof. Christian Herrmann
Vassilis Gregoriades
Horst Heck

WS 2010/11
11.02.2011

Aufgaben

Aufgabe T14.1

Sei (γ, K) ein grüner Bereich in der Ebene, eine geöffnete Menge $G \subseteq \mathbb{R}^3$ mit $K \subseteq G$, ein Vektorfeld $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 : F = (F_1, F_2, F_3)$ und eine $C^2(G)$ Funktion f . Zeigen Sie, dass

$$\int_{\phi \circ \gamma} F d\vec{x} = \int_K \operatorname{rot} F(x, y, f(x, y)) \cdot \left(-\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), -\frac{\partial f}{\partial y}(x, y), 1 \right) dx dy,$$

wobei $\phi(x, y) = (x, y, f(x, y))$.

Aufgabe T14.2

Seien C der Schnitt des Zylinders $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ mit der Ebene $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 1\}$ und Γ ein Weg mit $\operatorname{Spur}(\Gamma) = C$. Bestimmen Sie das Integral $\int_{\Gamma} F d\vec{x}$, wobei $F(x, y, z) = (-y^3, x^3, -z^3)$.

Hinweis. Betrachten Sie die Menge $A = \{(x, y, f(x, y)) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, wobei $f(x, y) = 1 - x - y$, $x, y \in \mathbb{R}$ und benutzen Sie T14.1. Welche ist die Beziehung zwischen Γ und A ?

Aufgabe T14.3

Bestimmen Sie das Integral $I = \int_{\Gamma} F d\vec{x}$ aus T14.2 ohne den Satz von Stokes zu verwenden.