

Analysis II für M, LaG/M, Ph

8. Tutoriumsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Christian Herrmann
Vassilis Gregoriades
Horst Heck

WS 2010/11
10.12.2010

Aufgaben

Aufgabe T8.1

Es sei D ein ebenes Dreieck mit den Seitenlängen $a, b, c > 0$, Umfang $u := a + b + c$ und Flächeninhalt

$$F := \frac{1}{4} (u(u - 2a)(u - 2b)(2(a + b) - u))^{1/2}.$$

Zeigen Sie:

Unter allen Dreiecken D mit festem Umfang hat das gleichseitige Dreieck den größten Flächeninhalt.

Aufgabe T8.2

Es sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine stetig differenzierbare Funktion und $f'(x)$ invertierbar für alle $x \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass f eine offene Abbildung ist, d.h. $f(U)$ ist offen, falls $U \subseteq \mathbb{R}^n$ offen ist.

Aufgabe T8.3

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto 3x^4 - 4x^2y + y^2,$$

eingeschränkt auf eine Gerade durch den Ursprung, dort ein lokales Minimum besitzt. Ist der Ursprung lokales Minimum von f ?