Analysis II für M, LaG/M, Ph
5. Tutoriumsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Apl. Prof. Christian Herrmann
Vassilis Gregoriades
Horst Heck

WS 2010/11
19.11.2010

Aufgaben

Aufgabe T5.1

(a) Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x_0, y_0, z_0)$ an jedem Punkt $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$, wobei f so definiert ist:
$f(x,y,z) = x \cdot e^{-x^2-y^2-z^2}$, $x, y, z \in \mathbb{R}$.

(b) Gegeben seien $u = (1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}) \in \mathbb{R}^3$ und $f(x,y,z) = z^2x + y^3$, $x, y, z \in \mathbb{R}$, berechnen Sie die Richtungsableitung $\mathrm{d}_u f(1,1,2)$ von f in Richtung u an $(1,1,2)$.

Aufgabe T5.2

Gegeben sei eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und $p \in \mathbb{R}^n$. Angenommen, dass f partielle differenzierbar in p ist (das heißt jedes $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(p)$, $i = 1, \ldots, n$ existiert) und f auf p ein lokales Maximum annimmt, zeigen Sie, dass $\operatorname{grad} f(p) = 0$.
Hinweis. Wenn die Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ auf $t_0 \in \mathbb{R}$ ein lokales Maximum annimt und $h'(t_0)$ existiert, folgt $h'(t_0) = 0$.

Aufgabe T5.3

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, die so definiert ist:
$f(x,y) = (x^2 + y^2) \cdot \sin(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}})$ wenn $(x,y) \neq (0,0)$ und $f(0,0) = 0$. Zeigen Sie, dass

(a) die partielle Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ auf jedem Punkt $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ existieren;

(b) die partielle Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ nicht stetig sind, und

(c) die Funktion f differenzierbar ist.