Analysis II für M, LaG/M, Ph
2. Tutoriumsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Christian Herrmann
Vassilis Gregoriades
Horst Heck

WS 2010/11
29.10.2010

Aufgaben

Aufgabe T2.1 (Ein alter Bekannter)
Sei die Funktion $L : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$L(x) = \int_1^x \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t.$$

Zeigen Sie nur durch Anwendung von Integrationsregeln, also nicht mit Vorkenntnissen über die Logarithmusfunktion, dass für $u, \mathrm{v} \in \mathbb{R}^+$

$$L(u\mathrm{v}) = L(u) + L(\mathrm{v})$$

gilt.

Aufgabe T2.2
Ein Kanalprofil wird durch eine Funktion $\sigma(h)$ beschrieben, die der Wasserhöhe h im Kanal die dazugehörige Breite der Wasseroberfläche zuordnet.
Berechnen Sie die benetzte Querschnittsfläche $A(h)$ zur Wasserhöhe h,

$$A(h) = \int_0^h \sigma(s)\,\mathrm{d}s$$

für folgende Fälle:

(a) Trapezprofil, $\sigma(s) = b + 2\tau s$,

(b) Rohrprofil, $\sigma(s) = 2\sqrt{s(2r-s)} = 2r\sqrt{1-(1-s/r)^2}$, $h \leq 2r$.

Leiten Sie dabei zunächst die Formeln für $\sigma(s)$ her!

Aufgabe T2.3
Es sei $f : [0,\infty) \to [0,\infty)$ eine monoton fallende Funktion mit $f(x) \stackrel{x\to\infty}{\longrightarrow} 0$. Zeigen Sie, dass $g : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \sin(x)f(x)$ uneigentlich integrierbar auf $[0,\infty)$ ist, d.h. dass $\lim_{n\to\infty}\int_0^n \sin(x)f(x)\,\mathrm{d}x$ existiert.