



7. Übungsblatt zur „Mathematik I für BI, WI(BI), MaWi, AngGeo und UI“

Gruppenübung

Aufgabe G1 ()

Für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ sei

$$S_{a,b} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } S_{a,b}(y) = ay + b \text{ für } y \in D(S_{a,b}) = \mathbb{R},$$
$$T_{c,d} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } T_{c,d}(x) = cx + d \text{ für } x \in D(T_{c,d}) = \mathbb{R}.$$

Betrachten Sie die Funktionen

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = 3x^2 - 12x + 13 \text{ für } x \in D(f) = \mathbb{R},$$
$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } g(x) = x^2 \text{ für } x \in D(g) = \mathbb{R}.$$

- Bestimmen Sie die Funktionen $S_{2,3} \circ f$ und $f \circ T_{\frac{1}{2}, -1}$ und geben Sie deren Definitionsbereich an (ohne Beweis). Skizzieren Sie f , $S_{2,3} \circ f$ und $f \circ T_{\frac{1}{2}, -1}$.
- Beschreiben Sie anschaulich die Wirkung der Parameter a, b, c und d bei $S_{a,b} \circ f$ bzw. $f \circ T_{c,d}$.
- Bestimmen Sie a, b, c und d so, dass $S_{a,b} \circ f \circ T_{c,d} = g$ gilt.

Aufgabe G2 ()

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- Die Summe zweier monoton wachsender Funktionen ist monoton wachsend.
- Das Produkt zweier monoton wachsender Funktionen ist monoton wachsend.

Aufgabe G3 ()

Veranschaulichen Sie die Funktion

$$\cot : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} \text{ für } x \in D(\cot) = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

am Einheitskreis.

Hausübung

Aufgabe H1 (11 Punkte)

Es sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 3 \text{ für } x \in D(f) = \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie $f(0)$ und mit Hilfe des Horner-Schemas die Werte $f(1)$, $f(2)$ und $f(3)$. Raten Sie nun eine Nullstelle des Polynoms und geben Sie die reelle Faktorisierung von f mit Hilfe des Horner-Schemas an.

Aufgabe H2 (11 Punkte)

- (a) Geben Sie jeweils drei Beispiele für Funktionen an, die gerade bzw. ungerade sind (ohne Beweis).
- (b) Ist folgende Funktion gerade oder ungerade oder keines von beidem (Beweis!)?

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = \frac{1}{x} \sin(x) \text{ für } x \in D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- (c) Geben Sie drei Intervalle an, in denen die Funktion f aus (b) (streng) monoton wächst bzw. fällt (ohne Beweis).

Aufgabe H3 (4 Punkte)

Bestimmen Sie alle ungeraden Polynome 3. Grades (Beweis!).