



## 14. Übungsblatt zur „Mathematik I für BI, WI(BI), MaWi, AngGeo und UI“

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1 ()

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Substitutionsregel und der partiellen Integration.

$$(a) \int_0^1 \frac{6x^2 + 4}{x^3 + 2x + 1} dx, \quad (b) \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sin^2(x) dx, \quad (c) \int_0^\pi e^{\sin(x)} \cos(x) dx, \quad (d) \int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$$

#### Aufgabe G2 ()

Berechnen Sie das Integral

$$\int_1^2 \frac{1}{x(x^2 + 1)} dx$$

mittels Partialbruchzerlegung. Bestimmen Sie also  $A, B, C \in \mathbb{R}$ , so dass

$$\frac{1}{x(x^2 + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$$

gilt, und lösen Sie die beiden neuen Integrale mittels Substitution.

#### Aufgabe G3 ()

Sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f(x) = \int_1^x \frac{\sqrt{\sin^2(y) + y \cos^4(y)}}{e^{\pi y} + \arcsin^2(y)} dy$$

für  $x \in D(f) = [1, 5]$ . Bestimmen Sie die Ableitung  $f'$ .

# Hausübung

## Aufgabe H1 (8 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale.

$$(a) \int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx, \quad (b) \int_0^\pi \sin(x) \cos(x) dx, \quad (c) \int_{-1/2}^{1/2} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (d) \int_0^1 x \sin(x) dx$$

*Hinweis zu (c):* Verwenden Sie, dass  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$  für  $x \in \mathbb{R}$  gilt.

## Aufgabe H2 (5 Punkte)

Bestimmen Sie

$$\int_0^1 \frac{x}{(x+2)(x^2-4)} dx$$

mit dem Ansatz

$$\frac{x}{(x+2)(x^2-4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{C}{x-2}$$

für geeignete  $A, B, C \in \mathbb{R}$  (vgl. G2).

## Aufgabe H3 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

für  $x \in D(f) = [0, 1]$  nicht integrierbar ist.

*Hinweis:* Berechnen Sie die Ober- und die Untersumme.