



11. Übungsblatt zur „Mathematik I für BI, WI(BI), MaWi, AngGeo und UI“

Gruppenübung

Aufgabe G1 ()

(a) Bestimmen Sie die Ableitung folgender Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln:

(i) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{\sin x}$ für $x \in D(f) = \mathbb{R}$

(ii) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{4}{x^2} - 3 + 5x$ für $x \in D(g) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(iii) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $h(x) = \sqrt{1 + \cos^2(x)}$ für $x \in D(h) = \mathbb{R}$

(b) Berechnen Sie die Ableitung von

$$k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } k(x) = \frac{1}{x} \text{ für } x \in D(k) := \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

mit Hilfe der Definition von Differenzierbarkeit.

Aufgabe G2 ()

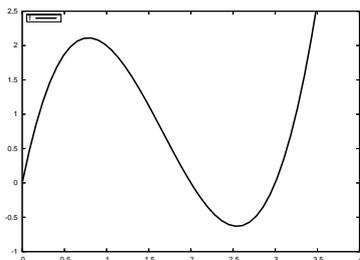
Berechnen Sie die Ableitung der Cosinus-Funktion mit Hilfe der Beziehung

$$\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

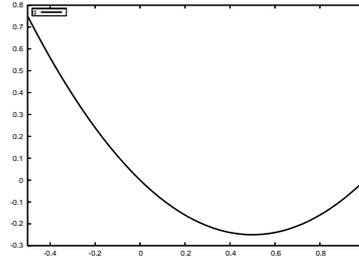
Aufgabe G3 ()

(a) Skizzieren Sie die Ableitung f' der Funktion f .

(b) Skizzieren Sie eine Funktion F mit Ableitung f .



Hausübung



Aufgabe H1 (4 Punkte)

- Skizzieren Sie die Ableitung g' der Funktion g .
- Skizzieren Sie eine Funktion G mit Ableitung g .

Aufgabe H2 (9 Punkte)

Es sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ a, & x = 0. \end{cases}$$

für $x \in D(f) := \mathbb{R}$.

- Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass f stetig ist (Beweis!).
- Untersuchen Sie, ob mit dieser Wahl von a die Funktion f sogar differenzierbar ist und bestimmen Sie gegebenenfalls die Ableitungsfunktion f' (Beweis!).
- Ist f' stetig auf \mathbb{R} ?

Aufgabe H3 (12 Punkte)

- Bestimmen Sie die Ableitung folgender Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln:

(i) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$ für $x \in D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

(ii) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = x^4 e^x$ für $x \in D(g) = \mathbb{R}$

(iii) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $h(x) = \sin^2(x^3 + \cos(x^2))$ für $x \in D(h) = \mathbb{R}$

- Berechnen Sie die Ableitung von

$$k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } k(x) = x|x| \text{ für } x \in D(k) := \mathbb{R}$$

mit Hilfe der Definition von Differenzierbarkeit.

FRÖHLICHE WEIHNACHTEN UND SCHÖNE FERIEN!