Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. K. Ritter
M. Fuchssteiner
M. Slassi

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 2008/2009
0.5ex

1. Übungsblatt zur „Mathematik I für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI“

Vorbemerkungen

Wir betrachten die Aussage A (z. B. „Es regnet.“) und die Aussage B (z. B. „Die Straße ist nass.“). Wenn aus der Gültigkeit der Aussage A die Gültigkeit von Aussage B folgt, so sagen wir „A impliziert B“ und schreiben

$$A \Rightarrow B.$$

Gilt die Implikation $A \Rightarrow B$, so ist die *Kontraposition* (wenn B nicht gilt, gilt auch A nicht) ebenfalls richtig. Der *Umkehrschluss* von $A \Rightarrow B$ ist $B \Rightarrow A$. Im Allgemeinen gibt es keinen Zusammenhang zwischen der Gültigkeit der Implikation und der des Umkehrschlusses (siehe dazu Aufgabe H4).

Mit $\mathbb{R}$ bezeichnen wir die Menge aller reellen und mit $\mathbb{N}$ die Menge aller natürlichen Zahlen.

Hausübung

Aufgabe H1 (Einfache Umformungen)

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, so dass folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $\frac{x-4}{x^2-9} \leq 0,\ x \neq \pm 3,$ (b) $\frac{3x-1}{(x-4)^2} = \frac{1}{2},\ x \neq 4,$

(c) $|x-5| + x \leq 7,$ (d) $x^3 - 4x \leq (x-2)(x+4)^2.$

Aufgabe H2 (Die Kontraposition)

Bilden Sie die Kontraposition der folgenden Aussagen:

(a) Wenn es regnet, ist die Straße nass.

(b) Wenn das Auto fährt, ist der Tank nicht leer.

(c) Wenn p eine Primzahl ist, dann gilt $p = 2$ oder p ist ungerade.

Aufgabe H3 (Quantoren)

Überlegen Sie sich, welche der folgenden Aussagen stimmen und was die Unterschiede zwischen (a)(i) und (a)(ii) bzw. zwischen (b)(i) und (b)(ii) sind.

(a) (i) Für alle Autos gibt es einen Motor.

(ii) Es gibt einen Motor für alle Autos.

(b) (i) Für alle $x \in \mathbb{R}$ existiert ein $n \in \mathbb{N}$, so dass $x \leq n$ gilt.

(ii) Es existiert ein $n \in \mathbb{N}$, so dass für alle $x \in \mathbb{R}$ die Ungleichung $x \leq n$ gilt.

Bemerkung: Statt „für alle“ wird in der Mathematik häufig der *Allquantor* $\forall$ und statt „es existiert“ der *Existenzquantor* $\exists$ benutzt. So kann die Aussage (b)(i) auch als $\forall\, x \in \mathbb{R}\ \exists\, n \in \mathbb{N} : x \leq n$ geschrieben werden.

Aufgabe H4 (Der Umkehrschluss)

a) Sie stehen vor einer geschlossenen, funktionsfähigen Tür, für die Sie keinen Schlüssel besitzen. Betrachten Sie die Implikation:

Die Tür ist abgeschlossen $\Rightarrow$ Die Tür kann nicht geöffnet werden.

Überlegen Sie sich, wie der Umkehrschluss lautet und ob dieser wahr oder falsch ist.

b) Bilden Sie von der Aussage

Für $x \in \mathbb{R}$ gilt: $x < -1 \Rightarrow x$ ist negativ

den Umkehrschluss. Was können Sie hier über die Richtigkeit sagen?