



# 1. Übungsblatt zur „Mathematik I für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI“

## Vorbemerkungen

Wir betrachten die Aussage  $A$  (z. B. „Es regnet.“) und die Aussage  $B$  (z. B. „Die Straße ist nass.“). Wenn aus der Gültigkeit der Aussage  $A$  die Gültigkeit von Aussage  $B$  folgt, so sagen wir „ $A$  impliziert  $B$ “ und schreiben

$$A \Rightarrow B.$$

Gilt die Implikation  $A \Rightarrow B$ , so ist die *Kontraposition* (wenn  $B$  nicht gilt, gilt auch  $A$  nicht) ebenfalls richtig. Der *Umkehrschluss* von  $A \Rightarrow B$  ist  $B \Rightarrow A$ . Im Allgemeinen gibt es keinen Zusammenhang zwischen der Gültigkeit der Implikation und der des Umkehrschlusses (siehe dazu Aufgabe H4).

Mit  $\mathbb{R}$  bezeichnen wir die Menge aller reellen und mit  $\mathbb{N}$  die Menge aller natürlichen Zahlen.

## Hausübung

### Aufgabe H1 (Einfache Umformungen)

Bestimmen Sie jeweils alle  $x \in \mathbb{R}$ , so dass folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen erfüllt sind:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \frac{x-4}{x^2-9} \leq 0, \quad x \neq \pm 3, \\ \text{(b)} & \frac{3x-1}{(x-4)^2} = \frac{1}{2}, \quad x \neq 4, \\ \text{(c)} & |x-5| + x \leq 7, \\ \text{(d)} & x^3 - 4x \leq (x-2)(x+4)^2. \end{array}$$

### Aufgabe H2 (Die Kontraposition)

Bilden Sie die Kontraposition der folgenden Aussagen:

- (a) Wenn es regnet, ist die Straße nass.
- (b) Wenn das Auto fährt, ist der Tank nicht leer.
- (c) Wenn  $p$  eine Primzahl ist, dann gilt  $p = 2$  oder  $p$  ist ungerade.

### Aufgabe H3 (Quantoren)

Überlegen Sie sich, welche der folgenden Aussagen stimmen und was die Unterschiede zwischen (a)(i) und (a)(ii) bzw. zwischen (b)(i) und (b)(ii) sind.

- (a) (i) Für alle Autos gibt es einen Motor.  
(ii) Es gibt einen Motor für alle Autos.
- (b) (i) Für alle  $x \in \mathbb{R}$  existiert ein  $n \in \mathbb{N}$ , so dass  $x \leq n$  gilt.

(ii) Es existiert ein  $n \in \mathbb{N}$ , so dass für alle  $x \in \mathbb{R}$  die Ungleichung  $x \leq n$  gilt.

**Bemerkung:** Statt „für alle“ wird in der Mathematik häufig der *Allquantor*  $\forall$  und statt „es existiert“ der *Existenzquantor*  $\exists$  benutzt. So kann die Aussage (b)(i) auch als  $\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N} : x \leq n$  geschrieben werden.

**Aufgabe H4** (Der Umkehrschluss)

a) Sie stehen vor einer geschlossenen, funktionsfähigen Tür, für die Sie keinen Schlüssel besitzen. Betrachten Sie die Implikation:

Die Tür ist abgeschlossen  $\Rightarrow$  Die Tür kann nicht geöffnet werden.

Überlegen Sie sich, wie der Umkehrschluss lautet und ob dieser wahr oder falsch ist.

b) Bilden Sie von der Aussage

Für  $x \in \mathbb{R}$  gilt:  $x < -1 \Rightarrow x$  ist negativ

den Umkehrschluss. Was können Sie hier über die Richtigkeit sagen?