

Komplexitätstheorie

WS 2010/2011, Aufgabenzettel #1

AUFGABE 3:

Gegeben sei die DTM $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta)$ mit $Q = \{s, q_1, q_2, q_3, q_+, q_-\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup\}$ und Übergangsfunktion $\delta : (Q \setminus \{q_-, q_+\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{\mathbf{L}, \mathbf{N}, \mathbf{R}\}$ definiert durch folgendes δ :

$$\begin{aligned} (s, \triangleright) &\mapsto (s, \triangleright, \mathbf{R}), & (q_2, \triangleright) &\mapsto (q_2, \triangleright, \mathbf{R}), & (s, 0) &\mapsto (q_1, \sqcup, \mathbf{R}), & (q_2, 0) &\mapsto (q_-, 0, \mathbf{N}), \\ (s, 1) &\mapsto (q_-, 1, \mathbf{N}), & (q_2, 1) &\mapsto (q_3, \sqcup, \mathbf{L}), & (s, \sqcup) &\mapsto (q_+, \sqcup, \mathbf{N}), & (q_2, \sqcup) &\mapsto (q_2, \sqcup, \mathbf{L}), \\ (q_1, \triangleright) &\mapsto (q_1, \triangleright, \mathbf{R}), & (q_3, \triangleright) &\mapsto (q_3, \triangleright, \mathbf{R}), & (q_1, 0) &\mapsto (q_1, 0, \mathbf{R}), & (q_3, 0) &\mapsto (q_3, 0, \mathbf{L}), \\ (q_1, 1) &\mapsto (q_1, 1, \mathbf{R}), & (q_3, 1) &\mapsto (q_3, 1, \mathbf{L}), & (q_1, \sqcup) &\mapsto (q_2, \sqcup, \mathbf{L}), & (q_3, \sqcup) &\mapsto (s, \sqcup, \mathbf{R}). \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Folge der direkten Nachfolgekonfigurationen der DTM bei Eingabe 010101 sowie bei Eingabe 0011. Welche Sprache entscheidet die Maschine? (ohne Beweis)

AUFGABE 4:

- Analysieren Sie die asymptotische Laufzeit der DTM für PALIN aus der Vorlesung.
- Die dort angegebene DTM ist fehlerhaft. Identifizieren Sie den Fehler. Korrigieren Sie ihn.
- Beschreiben Sie semi-informal (unter Verwendung der 'Programmiermethoden' aus der Vorlesung) eine DTM, die die Länge ihrer Eingabe binär zählt, also folgende Funktion berechnet:

$$(x_1, \dots, x_n) \mapsto \text{bin}(n) \in \{0, 1\}^*, \quad \text{wobei} \quad \text{bin}\left(\sum_{j=0}^{m-1} y_j 2^j + 2^m\right) := (y_0, y_1, \dots, y_{m-1}, 1)$$

Analysieren Sie die asymptotische Laufzeit. Wie lang ist die Ausgabe?

- Beschreiben Sie semi-informal eine Turingmaschine, die die Sprache $\{0^n 1^n : n \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0, 1\}^*$ in Laufzeit $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$ entscheidet.

AUFGABE 5:

- Sei $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta)$ eine DTM und $\vec{w} \in \Sigma^*$. Beweisen Sie:
Falls \mathcal{M} auf Eingabe \vec{w} höchstens s Zellen des Bandes besucht aber mehr als $s \cdot |Q| \cdot |\Gamma|^s$ Schritte macht, so befindet sich \mathcal{M} in einer Endlosschleife.
- Sei \mathcal{M} eine DTM. Beschreiben Sie eine DTM \mathcal{N} , welche \mathcal{M} simuliert, aber auf jeder Eingabe \vec{w} höchstens $T_{\mathcal{N}}(\vec{w}) \leq 2^{\mathcal{O}(S_{\mathcal{M}}(\vec{w}))}$ Schritte macht.