

Mathematik III für Bauwesen

11. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Roland Pulch
Andreas Gärtner
Florian Seib

Wintersemester 2010/2011
14. Januar 2011

Gruppenübung

Aufgabe G31 (Kombinatorik)

Eine Urne enthalte n Kugeln, die mit den Zahlen $1, \dots, n$ durchnummeriert sind. Nacheinander werden k Kugeln aus der Urne gezogen und die Nummern notiert. Es sei $n = 8$ und $k = 3$. Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Ergebnisse in den folgenden vier Fällen.

- Ziehen mit Zurücklegen (d.h. mit Wiederholung) und mit Beachtung der Reihenfolge der gezogenen Kugeln (d.h. geordnete Probe).
- Ziehen ohne Zurücklegen (d.h. ohne Wiederholung) und mit Beachtung der Reihenfolge der gezogenen Kugeln (d.h. geordnete Probe).
- Ziehen ohne Zurücklegen (d.h. ohne Wiederholung) und ohne Beachtung der Reihenfolge der gezogenen Kugeln (d.h. ungeordnete Probe).
- Ziehen mit Zurücklegen (d.h. mit Wiederholung) und ohne Beachtung der Reihenfolge der gezogenen Kugeln (d.h. ungeordnete Probe).

Aufgabe G32 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)

Ein zufällig ausgewählter Hörer einer bestimmten Vorlesung besteht die Semestralklausur mit Wahrscheinlichkeit 0.7. Besteht er die Klausur nicht, dann nimmt er an einer mündlichen Nachprüfung teil. Die Gesamtprüfung gilt als bestanden, wenn die Klausur oder die Nachprüfung bestanden wird.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein in der Klausur durchgefallener Student dem Prüfer A bzw. B bzw. C zugeteilt wird, beträgt erfahrungsgemäß 0.5 bzw. 0.4 bzw. 0.1. Die Wahrscheinlichkeit, bei Prüfer A bzw. B bzw. C die mündliche Nachprüfung zu bestehen, beträgt erfahrungsgemäß 0.6 bzw. 0.1 bzw. 0.9.

- Zeichnen Sie ein Baumdiagramm, benennen Sie die einzelnen Knoten und beschriften Sie die Äste mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Student die Gesamtprüfung besteht, falls er zu jenen gehört, die die Klausur nicht bestanden haben.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Student die Gesamtprüfung besteht.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Student in der Klausur durchgefallen ist, falls er die Gesamtprüfung bestanden hat.

Hinweis: Verwenden Sie die Formel von Bayes.

Aufgabe G33 (Berechnung von Wahrscheinlichkeiten)

- Man bestimme unter geeigneter Laplace-Annahme die Wahrscheinlichkeit dafür
 - bei 4 Würfeln mit einem idealen Würfel mindestens einmal eine 6 zu erzielen,
 - bei 24 Würfeln mit zwei idealen Würfeln mindestens einmal einen Sechserpasch (d.h. die Augenkonstellation (6,6)) zu erzielen.
- Eine Tabelle bestehe aus einstelligen Zufallsziffern z_i mit $z_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Für die Ziffern sei die Laplace-Annahme gerechtfertigt. Zudem sei davon auszugehen, dass der Wert einer Ziffer keinen Einfluss auf die nachfolgenden Ziffern besitzt.
Aus der Tabelle werden nun nacheinander Ziffern entnommen.

Wieviele Ziffern muss man mindestens entnehmen, damit unter ihnen mit einer Wahrscheinlichkeit größer als 0.95 mindestens eine ungerade Ziffer ist?

Hausübung

Aufgabe H31 (Kombinatorik)

(6 Punkte)

Wieviele verschiedene vierstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 3, 4, 5, 6, 7, 8 aufschreiben, wenn

- keine Ziffer wiederholt wird,
- Ziffern wiederholt werden dürfen,
- die erste Ziffer immer kleiner als die zweite Ziffer ist.

Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidungen!

Aufgabe H32 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)

(7 Punkte)

- Ein Mitarbeiter einer Firma erhält zu 80 Prozent Spam-E-mails. Sein Filterprogramm kann nicht immer richtig zwischen Spam und Nicht-Spam unterscheiden. Es markiert eine Spam-E-mail mit 92 Prozent Wahrscheinlichkeit als Spam. Jedoch markiert es leider auch eine Nicht-Spam-E-mail mit 1 Prozent Wahrscheinlichkeit als Spam.

Wenn der Mitarbeiter eine Email bekommt, die vom Filterprogramm als Spam markiert wurde, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dies dann eine Nicht-Spam-Email?

- Nach dem Wechsel in eine andere Abteilung steht der Mitarbeiter nun in reger Korrespondenz mit den Kunden des Unternehmens. Der Anteil an Spam-E-mails hat sich von 80 Prozent auf 0.5 Prozent reduziert.

Wie hoch ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass eine als Spam markierte Email keine Spam-Email ist?

Aufgabe H33 (Berechnung von Wahrscheinlichkeiten)

(7 Punkte)

Ein (ungezinktes) Skatenspiel mit den Farben Kreuz, Pik, Herz, Karo zu je 8 Karten (Ass, 10, König, Dame, Bube, 9, 8, 7) wird gemischt und entsprechend den Regeln ausgeteilt, d.h. die drei Spieler bekommen jeweils 10 Karten, 2 Karten liegen im Skat. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:

- A: Die erste verteilte Karte ist Kreuz-Bube oder Pik-Bube.
- B: Zwei Buben liegen im Skat.
- C: Der erste Spieler erhält weder Buben noch Asse.
- D: Zwei der Spieler erhalten je zwei Buben.

Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise! Was bedeutet die Ungezinktheit der Karten aus wahrscheinlichkeitstheoretischer Sicht?