



1. Übungsblatt zur „Mathematik I für Maschinenbau“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Vergleich von Mengen)

Wir betrachten die folgenden Teilmengen von \mathbb{Z} :

$$\begin{aligned}X_1 &:= \{y \in \mathbb{Z} \mid y \text{ ist eine gerade Zahl}\} \\X_2 &:= \{y \in \mathbb{Z} \mid \text{es existiert ein } z \in \mathbb{Z} \text{ mit } y^2 + z^2 \leq 2\} \\X_3 &:= \{y \in \mathbb{Z} \mid y \text{ ist teilbar durch } 6\} \\X_4 &:= \{y \in \mathbb{Z} \mid (y^4 + y^2 - 2)(y^2 - 2y) = 0\} \\X_5 &:= \{y \in \mathbb{Z} \mid 3y^2 \text{ ist teilbar durch } 4\}\end{aligned}$$

- Bestimmen Sie $X_1 \cap X_2$, $X_3 \cup X_5$ und $X_2 \times X_4$.
- Prüfen Sie, für welche $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $i \neq j$, die Relation $X_i \subseteq X_j$ gilt. Welche Mengen sind gleich?

Hinweis: Für alle Mengen können die Elemente explizit aufgelistet werden.

Z.B. $X_1 = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$.

Aufgabe G2 (Beträge und Ungleichungen)

- Aus der Definition des Betrages ergibt sich sofort für $a \in \mathbb{R}$: $|a| \geq 0$ und $|a| = 0$ genau dann, wenn $a = 0$.

Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt

- $|ab| = |a||b|$ (mittels Fallunterscheidung),
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ (Dreiecksungleichung: "Δ-Ungl."),
- $||a| - |b|| \leq |a - b|$.

- Beschreiben Sie die Ungleichungen

$$(i) \quad |x - 1| \geq 5 \quad (ii) \quad |x - 1| \leq 5$$

jeweils möglichst einfach durch mehrere Ungleichungen mit logischen Verknüpfungen ohne Verwendung des Betrages.

Bestimmen Sie die Lösungsmengen und skizzieren Sie diese auf dem Zahlenstrahl.

- Skizzieren Sie den Bereich der (x, y) -Ebene mit $|x| \geq |y|$.

Aufgabe G3 (Intervallschachtelung)

Approximieren Sie mittels Intervallschachtelung die reelle Zahl $\sqrt{5}$ bis zur fünften Nachkommastelle genau.

Hausübung

– Abgabe am 28.10.-03.11.10 in der Übung –

Aufgabe H1 (Mengen)

(6 Punkte)

Sei $A = \{3, 2, 1\}$, $B = \{42\}$ und $C = \{1, 3\}$.

Gib die Mengen $A \cup B$, $A \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $A \setminus B$, $A \setminus C$, $A \times C$, $A \times (B \cap C)$ und $C^3 = C \times C \times C$ an. Gilt $B \times C = C \times B$?

Aufgabe H2 (Zahlenbereiche und Ungleichungen)

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen in \mathbb{N} , \mathbb{Z} und \mathbb{R} und stellen Sie diese graphisch auf der Zahlengeraden dar:

(a) $x^2 + 1 > 5x + 2$;

(b) $||2x + 3| + |-3x|| \leq 4x$.

Aufgabe H3 (Ungleichungen grafisch)

(6 Punkte)

Bestimmen und skizzieren Sie die Bereiche der (x, y) -Ebene mit:

(a) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 \geq 0$ (*Hinweis*: Kreisgleichung),

(b) $|x + 3| + |y - 1| \leq 3$.

Welche Punkte der Ebene genügen beiden Ungleichungen? Sie dürfen hierbei Ihre Skizze verwenden.