

# Einführung in die Optimierung

## 13. Übungsblatt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik  
Dr. habil. Ralf Borndörfer  
Dipl. Math. Konstantin Pertschik

WS 2010/2011  
10./11.02.2010

### Gruppenübung

#### Aufgabe G31 (Strategie der aktiven Mengen)

Betrachte das quadratische Problem

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 2, \\ & -x_1 - x_2 \leq -1, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Löse dieses Problem mit der Strategie der aktiven Menge, wobei als Startpunkt  $x^0 = (1, 1)$  verwendet werden soll. Skizziere die zulässige Menge und zeichne die Iterationspunkte  $x^k$  ein.

#### Aufgabe G32 (Quadratische Probleme)

Zeige: Das quadratische Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Qx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \end{aligned}$$

mit  $Q \in \mathbf{R}^{n \times n}$  symmetrisch und positiv definit,  $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$  vom Rang  $m$  und  $b \in \mathbf{R}^m$  besitzt (unter der Annahme, dass die zulässige Menge nicht leer ist) eine eindeutige Lösung.

#### Aufgabe G33 (KKT-Bedingungen)

Betrachte das Problem

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & -3x_1 - x_2 + 10 \leq 0 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 0 \\ & -x_1 - 3x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

- Zeige, dass im Punkt  $x^* = (3, 1)$  die KKT-Bedingungen erfüllt sind. Bestimme dabei auch den zugehörigen Lagrange-Multiplikator  $u^*$ .
- Zeige mit Hilfe der KKT-Bedingungen, dass sich in  $\bar{x} = (\frac{15}{4}, \frac{5}{4})$  kein Optimum befindet.

Folgende Aufgaben können in der Gruppenübung bearbeitet werden.

#### Aufgabe G34 (Quadratische Probleme)

Formuliere ein quadratisches Optimierungsproblem im  $\mathbf{R}^n$ , das  $2^n$  verschiedene lokale Minima besitzt.

---

**Aufgabe G35 (Modellierung)**

Mit dem Satelliten-Kontroll-System GPS kann ein GPS-Gerät, seine Position auf der Erde bis auf eine Genauigkeit von etwa 10 Metern bestimmen. Dabei wird folgendermaßen vorgegangen: Jeder Satellit verfügt über eine Atomuhr. Von den Satelliten im Orbit der Erde wird die aktuelle Zeit und die aktuelle Position gesendet. Empfängt das GPS-Gerät die Signale von mindestens vier Satelliten, läßt sich daraus die aktuelle Zeit sowie die aktuelle Position des GPS-Geräts bestimmen. Stelle ein Optimierungsproblem zur möglichst genauen Berechnung der Position des GPS-Gerätes auf.