Einführung in die Optimierung
9. Übungsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Dr. habil. Ralf Borndörfer
Dipl. Math. Konstantin Pertschik

WS 2010/11
13./14.01.2011

Hausübung

Aufgabe H27 (Phase I mit oberen Schranken) (5 Punkte)
Wie kann die in der Vorlesung vorgestellte Phase I des Simplex-Alogrithmus' modifiziert werden damit sie eine zulässige Basislösung für den Simplex-Algorithmus mit oberen Schranke liefert?

Aufgabe H28 (Klee-Minty-Würfel) (6 Punkte)
Betrachte das von Klee und Minty eingeführte LP:

$$\begin{array}{rll} \min & -\sum_{i=1}^{n} 10^{n-i} x_i & \\ s.t. & x_1 & \leq 1, \\ & 2 \cdot \sum_{i=1}^{j-1} 10^{j-i} x_i + x_j & \leq 100^{j-1}, \quad (2 \leq j \leq n) \\ & x \geq 0. & \end{array}$$

(a) Zeichne den Zulässigkeitsbereich (*feasible region*) für $n = 2$ und berechne die Optimallösung mit dem Simplexverfahren mit der Auswahlregel (*selection rule*) von Bland, wobei Du im Ursprung (*origin*) startest.
Hinweis: Du kannst zur Lösung auch Dein Matlab-Programm (mit Regel von Bland!) benutzen. Es müssen jedoch Zwischenergebnisse angegeben werden, d.h. mindestens die Lösung, die Basis und der Zielfunktionswert nach jeder Iteration.

(b) Ändere die Zielfunktion so, dass unabhängig von der Auswahlregel direkt nach einem Simplexschritt das Optimum erreicht wird.

Aufgabe H29 (Laufzeit) (5 Punkte)
Der Strassen-Algorithmus (benannt nach dem deutschen Mathematiker Volker Strassen) ist ein Algorithmus aus der Linearen Algebra und wird zur Matrizenmultiplikation verwendet.
Sei $A, B, C \in \mathbf{R}^N$ mit $N = 2^k$ und $k \in \mathbf{N}$
Man setze

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \\ B &= \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \\ P &= (A_{11} + A_{22}) \cdot (B_{11} + B_{22}) \\ Q &= (A_{21} + A_{22}) \cdot B_{11} \\ R &= A_{11} \cdot (B_{12} - B_{22}) \\ S &= A_{22} \cdot (B_{21} - B_{11}) \\ T &= (A_{11} + A_{22}) \cdot B_{22} \\ U &= (A_{21} - A_{11}) \cdot (B_{11} + B_{12}) \\ V &= (A_{12} - A_{22}) \cdot (B_{21} + B_{22}) \end{aligned}$$

Dann gilt:

$$
\begin{aligned}
C_{11} &= P+S-T+V \\
C_{12} &= R+T \\
C_{21} &= Q+S \\
C_{22} &= P+R-Q+U
\end{aligned}
$$

Bestimme der Anzahl der Multikationen und Additionen sowie den Aufwand des Verfahrens unter der Annahme, dass die kleinere Matrix-Multiplikationen mit dem Straight forward-Verfahren berechnet werden.