Klausur Geometrie für Lehramt TUD SS 2010

Name:	Vorname:	Matrikel-Nr.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Mündl.Prüfung am:

Die Aufgaben beziehen sich immer auf die (euklidische) Anschauungsebene. Führen Sie die Aufgaben aber jeweils mit möglichst elementaren Hilfsmitteln aus. Geben Sie an, welche Hilfsmittel bzw. Grundkonstruktionen Sie benutzen und in welchem axiomatischen Zusammenhang diese zu sehen sind. Bearbeiten Sie möglichst mindestens je eine Aufgabe aus den Gruppen 1-3, 4-5, 6-7, 8-10.

Aufgabe 1. Gegeben sind in Fig.1 die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Konstruieren Sie $\frac{2}{3}\vec{a}, \frac{2}{3}\vec{b}$ und $\vec{c} = \frac{2}{3}(\vec{a} + \vec{b})$.

Aufgabe 2. Auf der Zahlengeraden $g, 0, 1$ in Fig.2 sind die Skalare r und s eingezeichnet. Führen Sie die geometrische Konstruktion des Produkts rs aus.

Aufgabe 3. Seien $\alpha : O_\alpha, \vec{a}_1, \vec{a}_2$ und $\beta : O_\beta, \vec{b}_1, \vec{b}_2$ Koordinatensysteme der Ebene, $\vec{c}$ ein Vektor und P ein Punkt. Es gelte

$$\vec{b}_1 = \vec{a}_1 - \vec{a}_2,\ \vec{b}_2^\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix},\ O_\beta = \vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + O_\alpha,\ \vec{c} = -3\vec{b}_1 + \vec{b}_2,\ P^\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Welche Koordinaten haben $\vec{c}$ bzw. P bzgl. α?

Aufgabe 4. Gegeben sind die Zahlengeraden $g, 0, 1$ und $g', 0', 1'$. Dann gibt es eine bijektive Abbildung $\phi : \{P \mid P \in g\} \to \{P' \mid P' \in g'\}$ so, dass $\phi(0) = 0'$, $\phi(1) = 1'$ und

($*$) Q zwischen P und R auf g genau dann, wenn $\phi(Q)$ zwischen $\phi(P)$ und $\phi(R)$ auf g'

Geben Sie das Konstruktionsprinzip durch eine Zeichnung an und erläutern Sie, warum ($*$) gilt.

Aufgabe 5. Gegeben sind 3 Kreisscheiben vom Radius r, deren Zentren die Ecken P_1, P_2, P_3 eines gleichseitigen Dreiecks von Seitenlänge 12cm bilden. Sei M_r die Menge aller Punkte, die auf diesen Kreisscheiben liegen

$$M_r = \{P \mid \text{ es gibt } i \in \{1,2,3\} \text{ mit } |PP_i| \leq r\}$$

Sei $Z(M_r)$ die Menge aller Punkte auf Verbindungstrecken von Punkten in M.

a) Sei $r = 2$cm. Skizzieren Sie $Z(M_r)$. Ist $Z(M_r)$ konvex?

b) Bestimmen Sie möglichst kleines r so, dass $Z(M_r)$ konvex ist.

Aufgabe 6. Für die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ gelte

$$AB \equiv A'B',\ AC \equiv A'C',\ CM \equiv C'M'$$

wobei M der Mittelpunkt der Strecke AB und M' der Mittelpunkt der Strecke $A'B'$ ist. Begründen Sie, dass die Dreiecke kongruent sind. Konstruieren Sie ein solches Dreieck mit $|AB| = 10$cm, $|AC| = 7$cm, $|CM| = 4$cm.

Aufgabe 7. Gegeben sind in Fig.7 die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Konstruieren Sie die Komponente $\vec{c}$ von $\vec{b}$ in der Richtung von $\vec{a}$. Geben Sie $\vec{c}$ als einen Ausdruck in $\vec{a}$ und $\vec{b}$ an.

Aufgabe 8. Gegeben sei ein orthonormales Koordinatensystem $\alpha : O, \vec{a}_1, \vec{a}_2$ der Ebene. Beschreiben Sie die 90^o-Drehung um den Punkt $P = -\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + O$ durch eine Matrix für die zugehörigen homogenen Koordinaten.

Aufgabe 9. Die Gleit(Schub)-Spiegelung ϕ habe die Achse, deren Richtung durch den Vektor $\vec{v}$ in Fig. 9. gegeben ist. Ferner sei das Bild $\phi(P)$ des Punktes P gegeben. Konstruieren Sie die Achse von ϕ. Konstruieren Sie das Bild $\phi(Q)$ des Punktes Q.

Aufgabe 10. Für die zentrische Streckung ϕ sind in Fig.10 das Zentrum O und das Bild $\phi(P)$ des Punktes P gegeben. Konstruieren Sie das Bild $\phi(Q)$ des Punktes Q.