

## 8. Übung Geometrie für Lehramt

Wir setzen die Axiome (E0), (E1), (E3) der Inzidenzgeometrie der Ebene voraus sowie die Axiome der Zwischenbeziehung. Das Parallelenaxiom (E2) wird zunächst nicht vorausgesetzt, aber das Lemma 7.7 - damit haben wir die Aussagen über die Anordnung auf Geraden.

Mit "erläutern" ist eine Formulierung in der üblichen Sprechweise der Schulgeometrie gemeint.

**Aufgabe 1.** Seien  $A, B, C, C'$  4 Punkte, keine 3 kollinear. Es gelte  $AC \equiv AC'$  und  $BC \equiv BC'$ . Zeigen Sie: Es gibt eindeutig bestimmtes  $S \in (AVB) \cap ]C, C'[$  und es gelten  $SC \equiv SC'$  sowie  $AVB \perp CVC'$

**Aufgabe 2.** Führen Sie jede der folgenden Konstruktionen mit Zirkel und Lineal jeweils an einem Beispiel aus, erläutern Sie die Konstruktion und begründen Sie (aus den Axiomen, Definitionen und Sätzen), dass die Konstruktion das Gewünschte liefert, wenn sie erfolgreich durchgeführt wurde. Ist das Ergebnis eindeutig bestimmt? Begründen Sie auch, dass die Konstruktion immer erfolgreich durchgeführt werden kann.

1. Antragen des Winkels  $\angle AOB$  an die Gerade  $g$  im Punkt  $O'$
2. Fällen des Lotes von  $P \notin g$  auf die Gerade  $g$

**Aufgabe 3.** Sei  $ABC$  ein Dreieck mit  $AB \equiv BC$  und  $D \in AVC$  mit  $AD \equiv DC$ . Leiten Sie her, dass gilt

$$ABD \equiv CBD, \quad D \in ]A, C[ \text{ und } BVD \perp AVC$$

**Aufgabe 4.** Für ein Dreieck  $ABC$  und einen Punkt  $D \in AVC$  betrachten wir die Bedingungen

$$(1) AD \equiv DC, \quad (2) \angle ABD \equiv \angle CBD, \quad (3) BVD \perp AVC$$

Erläutern Sie die folgende Aussage und leiten Sie her: Für jedes Dreieck  $ABC$  sind die folgenden Aussagen äquivalent

- (a)  $AB \equiv BC$
- (b) Für jeden Punkt  $D \in AVC$  sind die Bedingungen (1),(2) und (3) äquivalent
- (c) Es gibt einen Punkt  $D \in AVC$ , der (3) und mindestens eine der Bedingungen (1),(2) erfüllt
- (d)  $\angle BAC \equiv \angle BCA$

**Aufgabe 5.** Fortsetzung von Aufgabe 2:

3. Errichten der Senkrechten auf  $g$  durch  $P \in g$ .
4. Errichten der Mittelsenkrechten auf der Strecke  $AB$  (ohne Begründung der Ausführbarkeit)
5. Bestimmung der Winkelhalbierenden von  $\angle AOB$